

2.2 REȚELE DE REZISTOARE

2.2.1 REZOLVAREA TEORETICĂ A REȚELOR DE REZISTOARE

A. Determinarea rezistenței echivalente a unei rețele de rezistoare simplă.

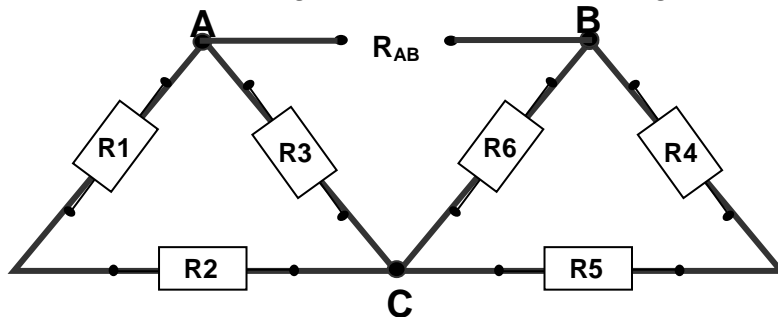


Figura 2.4. Rețea de rezistoare

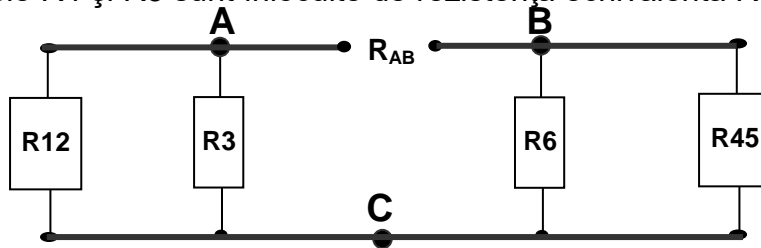
OBSERVAȚIE: Calculez rezistența echivalentă a rezistoarelor care nu au ambele capete în noduri de rețea (în cazul nostru punctele A, B, C sunt noduri de rețea deoarece la ele sunt conectate mai mult de 2 conductoare).

Calculez rezistența echivalentă a rezistoarelor R1 și R2 (conectate în serie) și rezistența echivalentă a rezistoarelor R4 și R5 (conectate în serie).

$$(1) R_{12} = R1 + R2$$

$$(2) R_{45} = R4 + R5$$

În schema inițială rezistoarele R1 și R2 sunt înlocuite de rezistența echivalentă R12, iar rezistoarele R4 și R5 sunt înlocuite de rezistența echivalentă R45 și schema arată astfel:

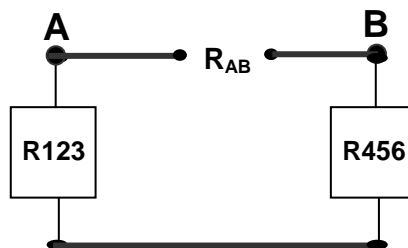


Calculez rezistența echivalentă a rezistoarelor R12 și R3 (conectate în paralel) și a rezistoarelor R45 și R6 (conectate în paralel).

$$(3) R_{12-3} = \frac{R12 \cdot R3}{R12 + R3}$$

$$(4) R_{45-6} = \frac{R45 \cdot R6}{R45 + R6}$$

În schema precedentă rezistoarele R12 și R3 sunt înlocuite de rezistența echivalentă R123, iar rezistoarele R45 și R6 sunt înlocuite de rezistența echivalentă R456 și schema arată astfel:



Calculez rezistența echivalentă a rezistoarelor R123 și R456 (conectate în serie)

$$(5) R_{AB} = R123 + R456$$

B. Determinarea rezistenței echivalente a unei rețele de rezistoare complexă.

În rețeaua din **fig.2.5** trebuie calculată rezistența echivalentă între punctele A și B.

Pentru a simplifica calculele consider ca toate rezistoarele din rețeaua de mai jos au aceeași valoare $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R_6=R_7=R_8=R$.

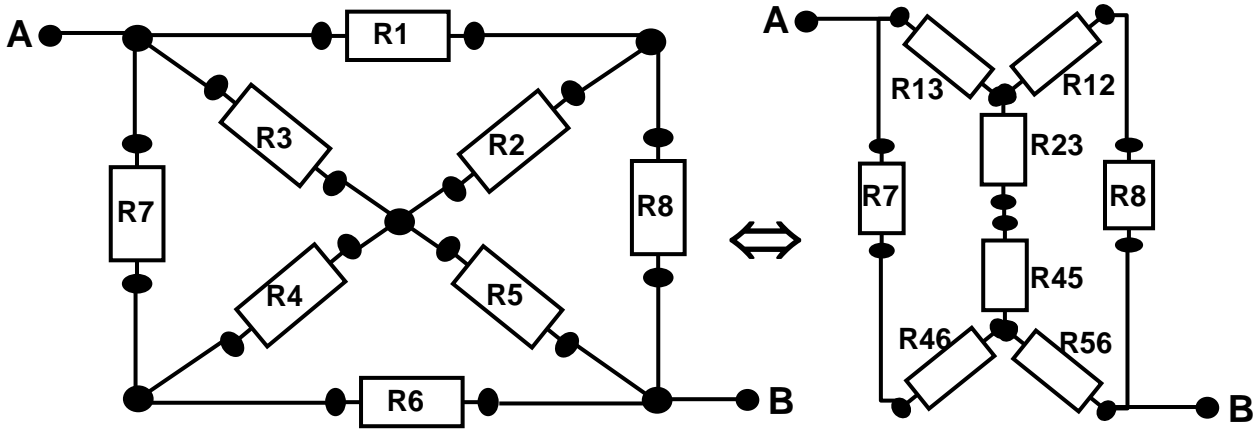


Figura 2.5

Figura 2.6

În prima etapă transform *triunghiul* format din rezistoarele R1, R2, R3 în *stea* și *triunghiul* format din rezistoarele R4, R5, R6 în *stea*, apoi calculez rezistențele echivalente. În urma acestor transformări se obține rețeaua din **fig. 2.6**.

$$(1) \left\{ \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \\ R_{13} &= \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \\ R_{23} &= \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \end{aligned} \right.$$

$$(2) \left\{ \begin{aligned} R_{45} &= \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \\ R_{46} &= \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \\ R_{56} &= \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \end{aligned} \right.$$

Prin aranjarea rezistoarelor în rețeaua din fig. 2.6 se obține rețeaua din fig. 2.7.

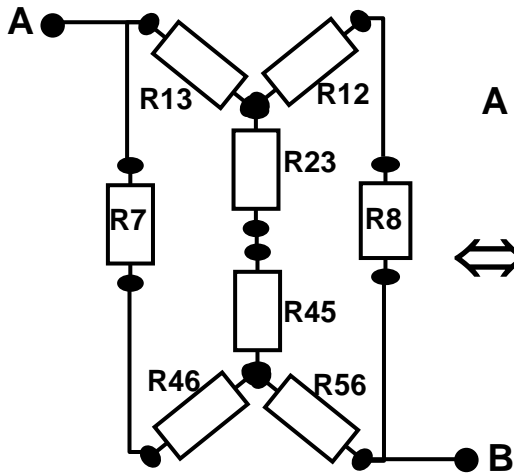


Figura 2.6

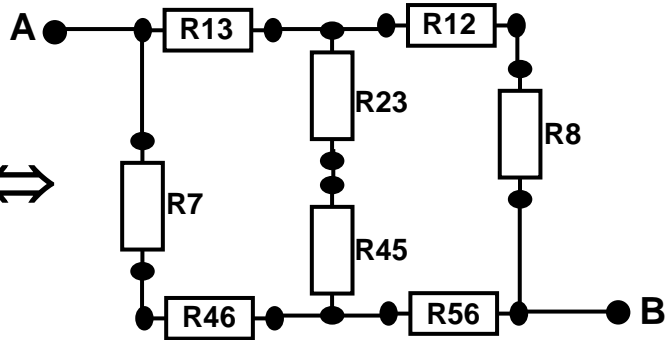


Figura 2.7

În rețeaua din fig. 2.7 grupez și calculez rezistența echivalentă a următoarelor rezistoare (serie): R12 și R8 ; R23 și R45 ; R46 și R7. Se obține rețeaua din fig. 2.8.

$$(3) \quad \begin{cases} R_{12-8} = R_{12} + R_8 = \frac{R}{3} + R = \frac{4R}{3} \\ R_{23-45} = R_{23} + R_{45} = \frac{R}{3} + \frac{R}{3} = \frac{2R}{3} \\ R_{46-7} = R_{46} + R_7 = \frac{R}{3} + R = \frac{4R}{3} \end{cases}$$

Rețeaua din fig. 2.8 este echivalentă cu rețeaua din fig. 2.9.

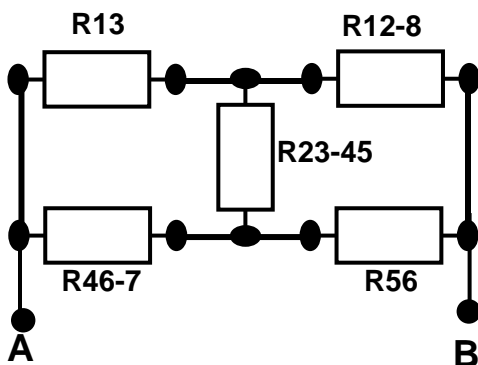


Figura 2.8

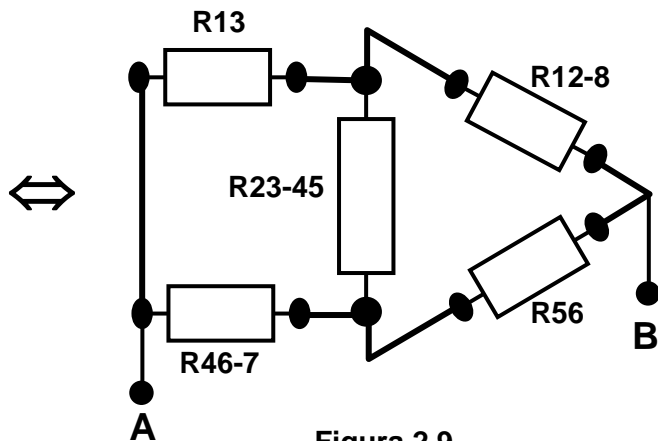


Figura 2.9

Pentru a ușura calculul voi redenumii rezistoarele din **fig. 2.9** (păstrând valorile lor) astfel:

$$(4) \quad \begin{cases} R_{12-8} = R_a = \frac{4R}{3} & R_{56} = R_b = \frac{R}{3} & R_{23-45} = R_c = \frac{2R}{3} \\ R_{46-7} = R_d = \frac{4R}{3} & R_{13} = R_e = \frac{R}{3} \end{cases}$$

După redenumirea rezistoarelor rețeaua arată ca în **fig. 2.10**.

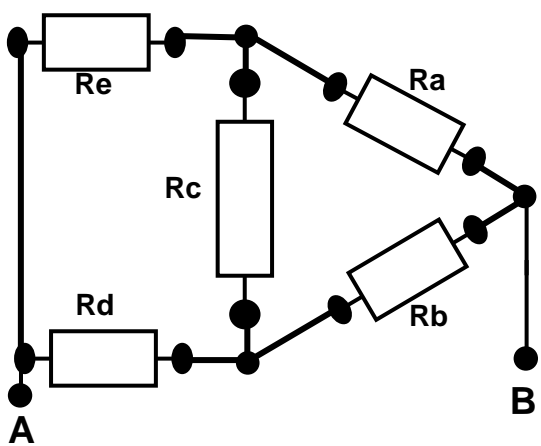


Figura 2.10

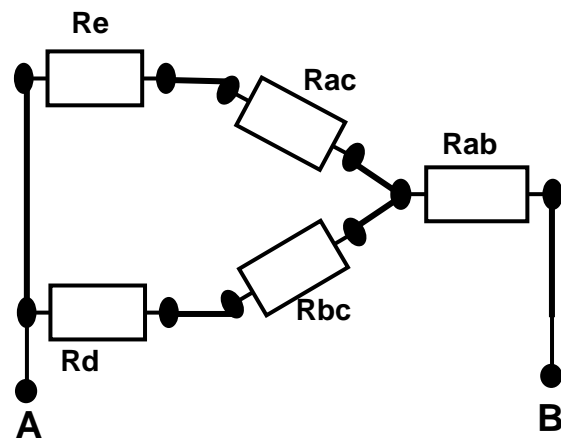
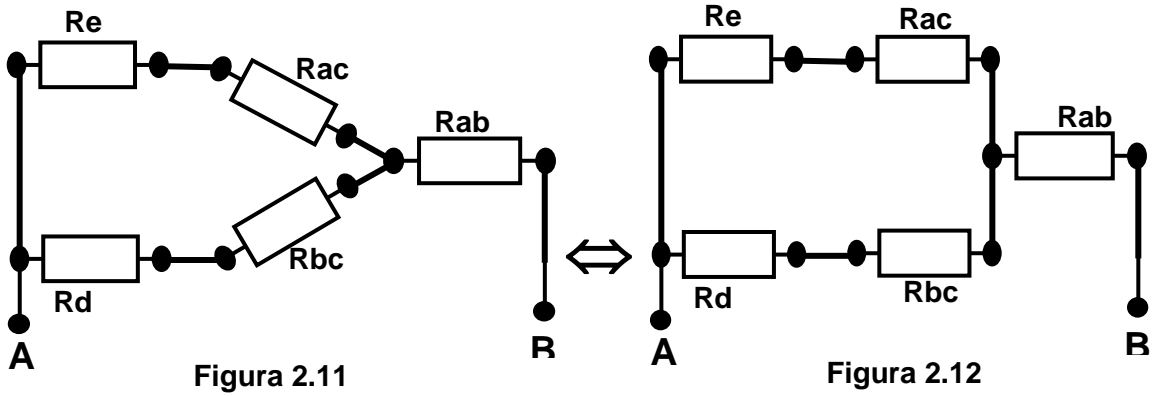


Figura 2.11

Transform *triunghiul* format de rezistențele R_a , R_b , R_c în *stea*, apoi calculez rezistențele echivalente. În urma acestor transformări se obține rețeaua din **fig. 2.11**.

$$(5) \quad \begin{cases} R_{ab} = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c} = \frac{\frac{4R}{3} \cdot \frac{R}{3}}{\frac{4R}{3} + \frac{R}{3} + \frac{2R}{3}} = \frac{4R^2}{9} \cdot \frac{3}{7R} = \frac{4R}{21} \\ R_{ac} = \frac{R_a \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{\frac{4R}{3} \cdot \frac{2R}{3}}{\frac{4R}{3} + \frac{R}{3} + \frac{2R}{3}} = \frac{8R^2}{9} \cdot \frac{3}{7R} = \frac{8R}{21} \\ R_{bc} = \frac{R_b \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{\frac{R}{3} \cdot \frac{2R}{3}}{\frac{4R}{3} + \frac{R}{3} + \frac{2R}{3}} = \frac{2R^2}{9} \cdot \frac{3}{7R} = \frac{2R}{21} \end{cases}$$

Rețeaua din **fig. 2.11** este echivalentă cu rețeaua din **fig. 2.12**.

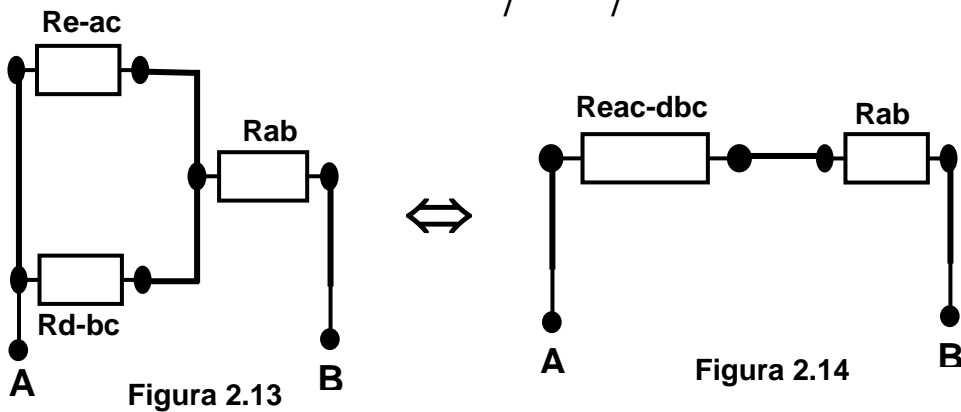


În rețeaua din **fig. 2.12** grupez și calculez rezistența echivalentă a următoarelor rezistoare: Rac și Re (serie), Rbc și Rd (serie), obținând rețeaua din **fig. 2.13**.

$$(6) \begin{cases} R_{e-ac} = R_e + R_{ac} = \frac{R}{3} + \frac{8R}{21} = \frac{15R}{21} = \frac{5R}{7} \\ R_{d-bc} = R_d + R_{bc} = \frac{4R}{3} + \frac{2R}{21} = \frac{30R}{21} = \frac{10R}{7} \end{cases}$$

În rețeaua din **fig. 2.13** calculez rezistența echivalentă a rezistoarelor Re-ac și Rd-bc (paralel) și obțin rețeaua din **fig. 2.14**, în care calculez rezistența echivalentă R_{AB} .

$$(7) R_{eac-dbc} = \frac{R_{eac} \cdot R_{dbc}}{R_{eac} + R_{dbc}} = \frac{\frac{5R}{7} \cdot \frac{10R}{7}}{\frac{5R}{7} + \frac{10R}{7}} = \frac{50R^2}{49} \cdot \frac{7}{15R} = \frac{10R}{21}$$



$$(8) R_{AB} = R_{eac-dbc} + R_{ab} = \frac{10R}{21} + \frac{4R}{21} = \frac{14R}{21} = \frac{2R}{3}$$

$$R_{AB} = \frac{2R}{3}$$

2.2.2 REZOLVAREA PRACTICĂ A REȚELELOR DE REZISTOARE

Prin rezolvarea practică a unei rețele de rezistoare se poate determina rezistența echivalentă a rețelei utilizând patru metode suplimentare pe lângă metoda calculului cu formule:

- Se realizează rețeaua de rezistoare în Multisim și se măsoară cu un ohmmetru virtual rezistența rețelei;
- Se realizează rețeaua de rezistoare în Multisim, se conectează cu o sursă de alimentare virtuală, un voltmetru virtual, un ampermetru virtual și se determină rezistența echivalentă cu legea lui Ohm;
- Se realizează rețeaua de rezistoare practic, pe o placă de probă, și se măsoară rezistența rețelei cu un ohmmetru;
- Se realizează rețeaua de rezistoare practic, pe o placă de probă, se conectează cu o sursă de alimentare, un voltmetru, un ampermetru și se determină rezistența echivalentă cu legea lui Ohm.

EXEMPLE DE REZOLVARE A UNOR REȚELE DE REZISTOARE.

1. Se determină rezistența rețelei din figura 2.15 prin trei metode.

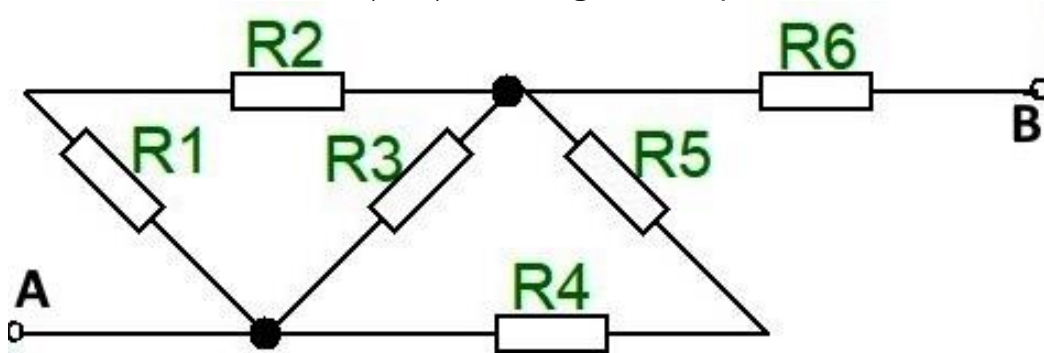


Figura 2.15 Rețea de rezistoare desenată în Proficad

Se consideră $R1 = R2 = R3 = R4 = R5 = R6 = 1K$

1. Determin rezistența echivalentă a rețelei prin calcul cu formule

- Se observă că rezistoarele $R1$ și $R2$ sunt conectate în serie deoarece punctul comun dintre ele nu este în nod de rețea .

$$R_{12} = R1 + R2 = 1 + 1 = 2 K \quad (1)$$

- Se observă că rezistoarele $R4$ și $R5$ sunt conectate în serie deoarece punctul comun dintre ele nu este în nod de rețea .

$$R_{45} = R4 + R5 = 1 + 1 = 2 K \quad (2)$$

- După substituirea rezistoarelor $R1$ și $R2$ cu R_{12} , $R4$ și $R5$ cu R_{45} rețeaua din figura 2.15 se transformă în rețeaua din figura 2.16.

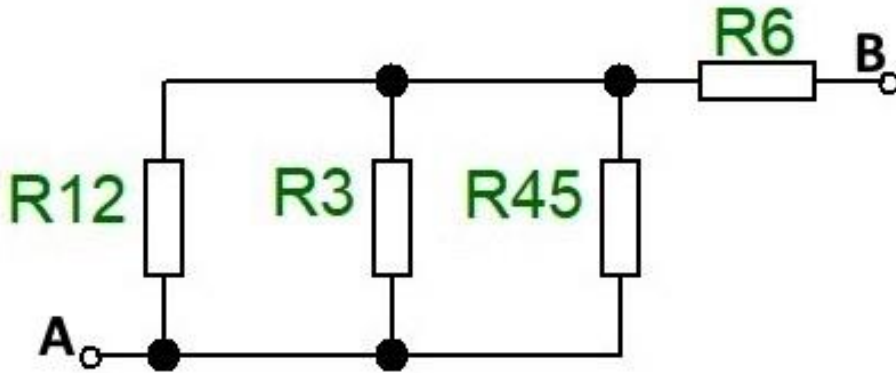


Figura 2.16 Rețea de rezistoare desenată în Proficad

Se observă că rezistoarele R12, R3, R45 sunt conectate în paralel

$$R_{12-3} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{2 \cdot 1}{2 + 1} = \frac{2}{3} \text{ K} \quad (3)$$

$$R_{123-45} = \frac{R_{123} \cdot R_{45}}{R_{123} + R_{45}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 2}{\frac{2}{3} + 2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \text{ K} \quad (4)$$

Cele trei rezistoare R12, R3, R45 conectate în paralel au fost substituite cu un singur rezistor R12345 care este conectat în serie cu rezistorul R6

$$R_{ab} = R_{12345} + R_6 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ K} \quad (5)$$

Prin calcul se obține rezistența echivalentă a rețelei **$R_{ab} = 1,5 \text{ K}$**

2 Determin rezistența echivalentă a rețelei prin măsurarea rezistenței cu un ohmmetru virtual în Multisim.

- Desenez în Multisim schema rețelei din figura 2.15, conectez la punctele A și B un ohmmetru virtual și obțin schema din figura 2.17.

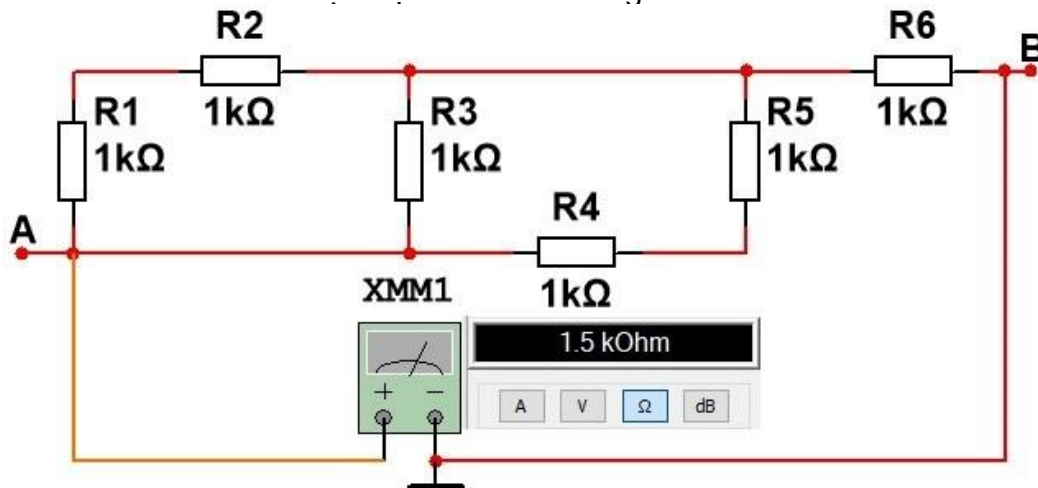


Figura 2.17 Rețea de rezistoare desenată în Multisim

OBSERVAȚIE. Deoarece în Multisim nu pot plasa rezistoarele la 45° , rezistoarele **R1** și **R5** din figura 2.15 le-am rotit cu 45° spre dreapta iar rezistorul **R3** l-am rotit cu 45° sau spre stânga obținând astfel schema din figura 2.17;

- După reprezentarea schemei rețelei de rezistoare în Multisim conectez între punctele **A** și **B** un multimetru virtual **XMM1** (instrumentul se află în bara laterală din stânga pe prima poziție);
- Selectez multimetru ca **ohmmetru (Ω)**;
- Conectez borna minus (-) a ohmmetrului la un punct de masă (**Ground**);
- Pornesc simularea cu **F5** și observ că ohmmetrul indică valoarea **1,5 K Ω** .

$$R_{ab} = 1,5 K$$

3. Determin rezistența echivalentă a rețelei cu legea lui Ohm în Multisim.

- Conectez rețeaua de rezistoare din figura 2.17 în serie cu o sursă de alimentare **V1** și un ampermetru **I**;
- La punctele **A** și **B** conectez un voltmetru **U** și obțin schema din figura 2.18

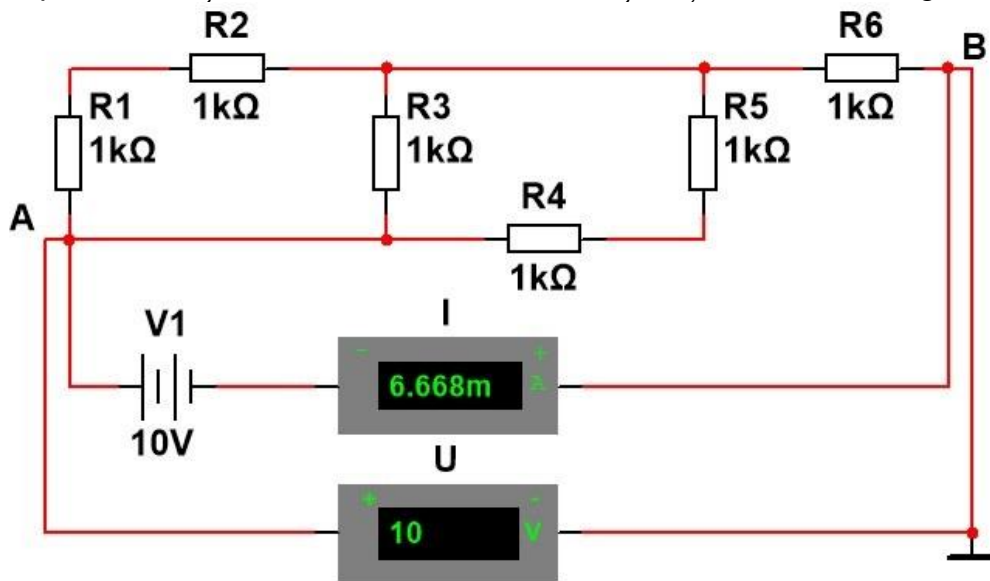


Figura 2.18 Rețea de rezistoare desenată în Multisim

- Pornesc simularea și notez valorile indicate de voltmetru și ampermetru **U = 10 V I = 6,67 mA**
- Calculez rezistența cu legea lui Ohm $R = \frac{U}{I}$
- Deoarece curentul este exprimat în mA voi utiliza formula $R = \frac{U}{I} \cdot 1000$
- Înlocuiesc în formulă și obțin: $R_{ab} = \frac{10}{6,67} \cdot 1000 = 1499,25 \Omega$

$$R_{ab} \cong 1,5 K$$

2. Se determină rezistența rețelei din **figura 2.19** prin trei metode.

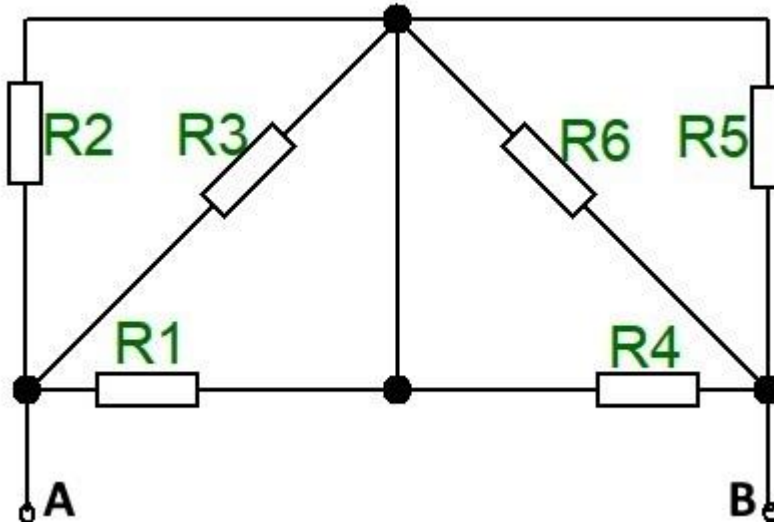


Figura 2.19 Rețea de rezistoare desenată în Proficad

Se consideră $R1 = R2 = R3 = R4 = R5 = R6 = 1K$

1. Determin rezistența echivalentă a rețelei prin calcul cu formule

- Se observă că rezistoarele **R2** și **R3** sunt conectate în paralel (au două puncte comune);

$$R_{23} = \frac{R2 \cdot R3}{R2 + R3} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = \frac{1}{2} K \quad (1)$$

- Se observă că rezistoarele **R5** și **R6** sunt conectate în paralel (au două puncte comune);

$$R_{56} = \frac{R5 \cdot R6}{R5 + R6} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = \frac{1}{2} K \quad (2)$$

- După substituirea rezistoarelor **R2, R3** cu **R23** și **R5, R6** cu **R56** rețeaua din figura 2.19 se transformă în rețeaua din figura 2.20;

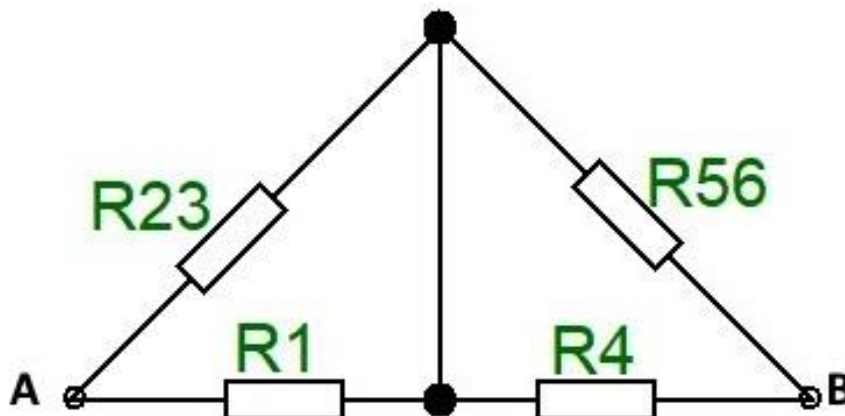


Figura 2.20 Rețea de rezistoare desenată în Proficad

- Se observă că rezistoarele **R23** și **R1** sunt conectate în paralel (au două puncte comune);

$$R_{23-1} = \frac{R_{23} \cdot R_1}{R_{23} + R_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} K \quad (3)$$

- Se observă că rezistoarele **R56** și **R4** sunt conectate în paralel (au două puncte comune);

$$R_{56-4} = \frac{R_{56} \cdot R_4}{R_{56} + R_4} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} K \quad (4)$$

- Rezistoarele **R23** și **R1** se substituie cu rezistorul **R123** iar rezistoarele **R56** și **R4** se substituie cu rezistorul **R456**;
- Rezistoarele **R123** și **R456** sunt conectate în serie
- $R_{ab} = R_{123} + R_{456} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 0,66 K \quad (5)$

Prin calcul se obține rezistența echivalentă a rețelei **$R_{ab} = 0,66 K\Omega$**

2 Determin rezistența echivalentă a rețelei prin măsurarea rezistenței cu un ohmmetru virtual în Multisim.

- Desenez în Multisim schema rețelei din figura 2.19, conectez la punctele **A** și **B** un ohmmetru virtual și obțin schema din figura 2.21.

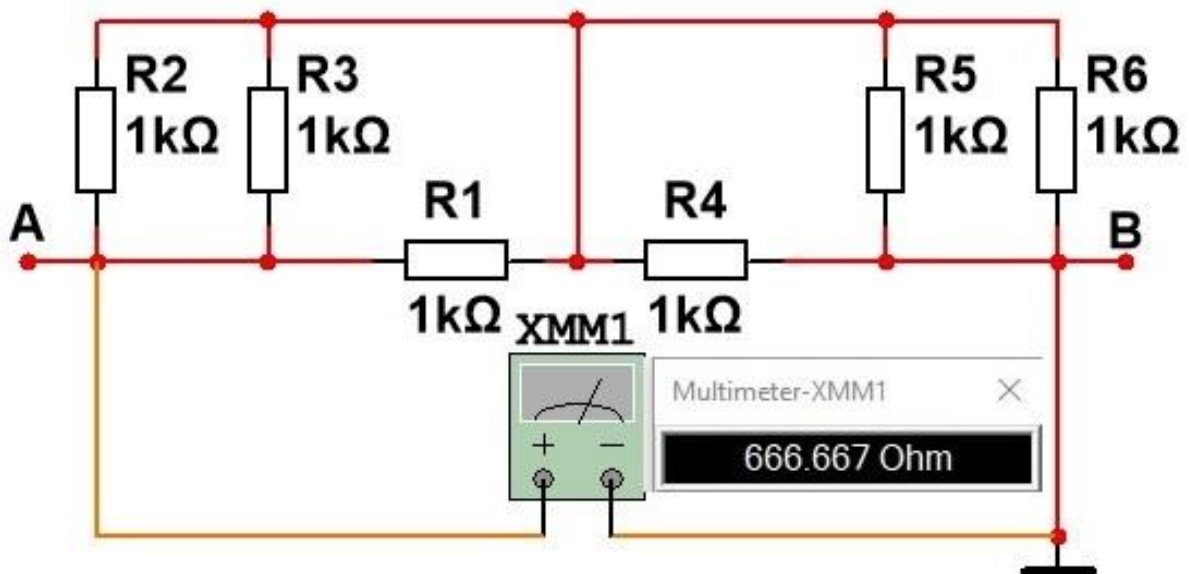


Figura 2.21 Rețea de rezistoare desenată în Multisim

- După reprezentarea schemei rețelei de rezistoare în Multisim conectez între punctele **A** și **B** un multimetru virtual **XMM1** (instrumentul se află în bara laterală din stânga pe prima poziție);
- Selectez multimetru ca **ohmmetru (Ω)**;
- Conectez borna minus (-) a ohmmetrului la un punct de masă (**Ground**);
- Pornesc simularea cu **F5** și observ că ohmmetrul indică valoarea **666,667 Ω**

$$R_{ab} = 666,667 \Omega = 0,66 K\Omega$$

3. Determin rezistența echivalentă a rețelei cu legea lui Ohm în Multisim.

- Conectez rețeaua de rezistoare din figura 2.21 în serie cu o sursă de alimentare **E** și un ampermetru **I**;
- La punctele **A** și **B** conectez un voltmetru **U** și obțin schema din figura 2.22

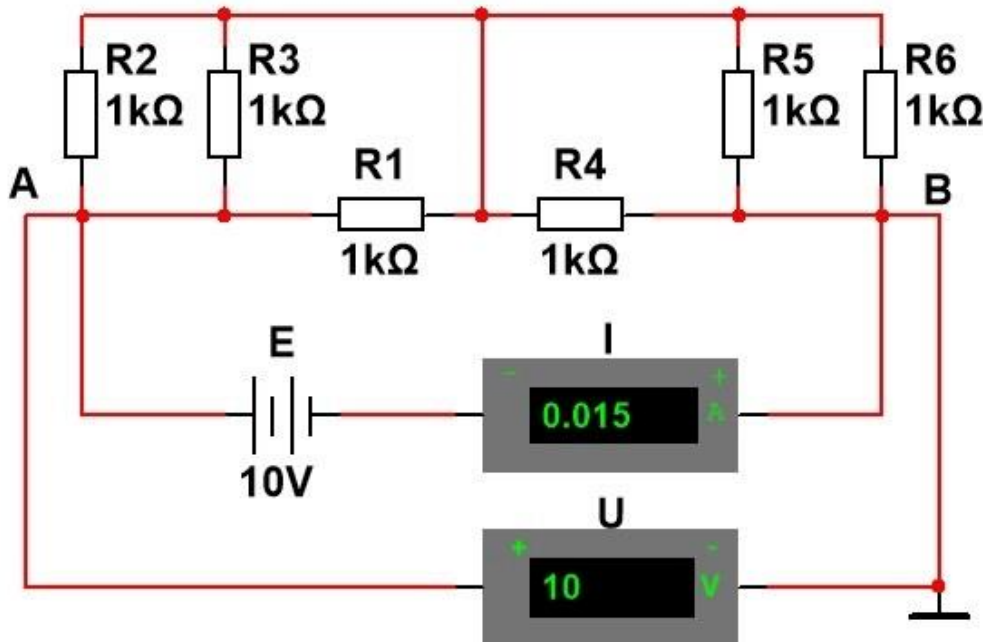


Figura 2.22 Rețea de rezistoare desenată în Multisim

- Pornesc simularea și notez valorile indicate de voltmetru și ampermetru
 $U = 10 V$ $I = 0,015A$
- Calculez rezistența cu legea lui Ohm $R = \frac{U}{I}$
- Înlocuiesc în formulă și obțin: **$R_{ab} = \frac{10}{0,015} = 666,66 \Omega = 0,66 K\Omega$**

$$R_{ab} = 0,66 K\Omega$$

3. Se determină rezistența rețelei din figura 2.23 prin trei metode.

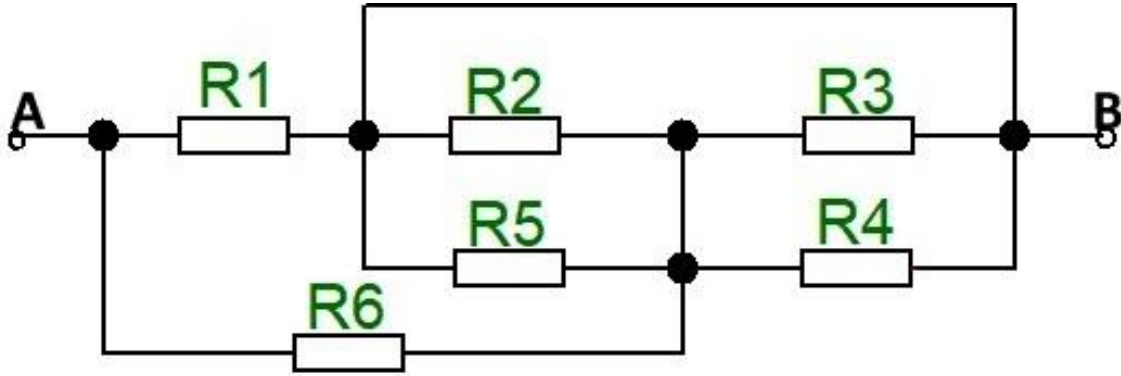


Figura 2.23 Rețea de rezistoare desenată în Proficad

Se consideră $R1 = R2 = R3 = R4 = R5 = R6 = 1K$

1. Determin rezistența echivalentă a rețelei prin calcul cu formule

- Se observă că rezistoarele $R2$ și $R5$ sunt conectate în paralel (au două puncte comune);

$$R_{25} = \frac{R2 \cdot R5}{R2 + R5} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = \frac{1}{2} K \quad (1)$$

- Se observă că rezistoarele $R3$ și $R4$ sunt conectate în paralel (au două puncte comune);

$$R_{34} = \frac{R3 \cdot R4}{R3 + R4} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = \frac{1}{2} K \quad (2)$$

- După substituirea rezistoarelor $R2$, $R5$ cu R_{25} și $R3$, $R4$ cu R_{34} rețeaua din figura 2.23 se transformă în rețeaua din figura 2.24;

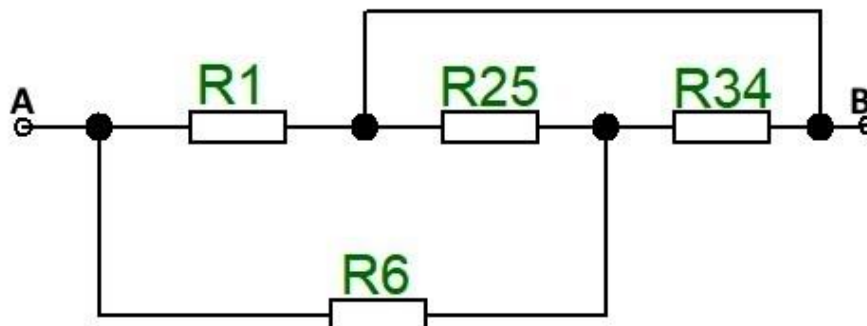


Figura 2.24 Rețea de rezistoare desenată în Proficad

- Se observă că rezistoarele R_{25} și R_{34} sunt conectate în paralel (au două puncte comune prin intermediul legăturii de deasupra lor și a legăturii dintre ele)

$$R_{25 - 34} = \frac{R_{25} \cdot R_{34}}{R_{25} + R_{34}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{4} K \quad (3)$$

- După substituirea rezistoarelor **R25**, **R34** cu **R25-34** rețeaua din figura 2.24 se transformă în rețeaua din figura 2.25;

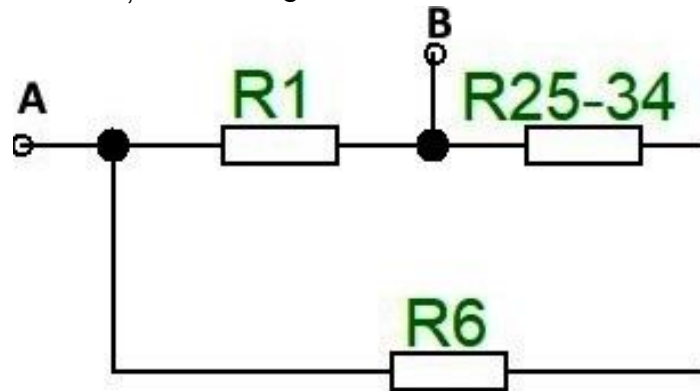


Figura 2.25 Rețea de rezistoare desenată în Proficad

- Se observă că rezistoarele **R25-34** și **R6** sunt conectate în serie deoarece punctul comun dintre ele nu este conectat în nod de rețea

$$R_{2534-6} = R_{2534} + R_6 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4} \text{ K} \quad (4)$$

- După substituirea rezistoarelor **R25-34**, **R6** cu **R25346** rețeaua din figura 2.25 se transformă în rețeaua din figura 2.26;

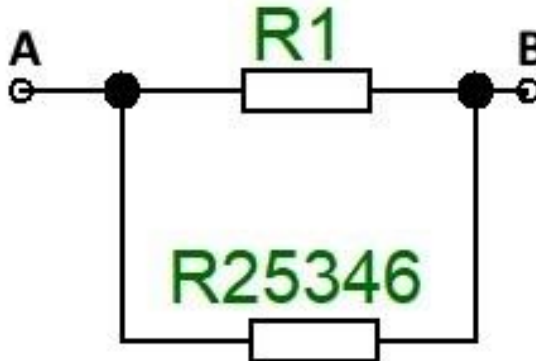


Figura 2.26 Rețea de rezistoare desenată în Proficad

- Rezistoarele **R1** și **R25346** sunt conectate în paralel (au două puncte comune)

$$R_{ab} = \frac{R_{25346} \cdot R_1}{R_{25346} + R_1} = \frac{\frac{5}{4} \cdot 1}{\frac{5}{4} + 1} = \frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 9} = \frac{5}{9} = 0,5555 \text{ K} \quad (5)$$

Prin calcul se obține rezistența echivalentă a rețelei **$R_{ab} = 0,555 \text{ K}\Omega$**

2 Determin rezistența echivalentă a rețelei prin măsurarea rezistenței cu un ohmmetru virtual în Multisim.

- Desenez în Multisim schema rețelei din figura 2.23, conectez la punctele **A** și **B** un ohmmetru virtual și obțin schema din figura 2.27.

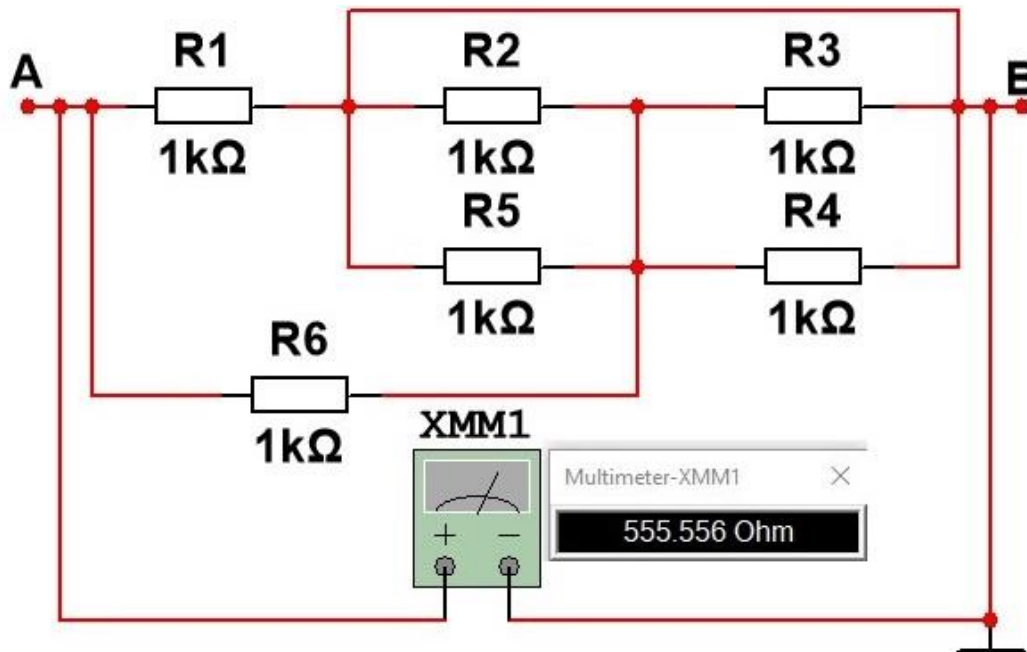


Figura 2.27 Rețea de rezistoare desenată în Multisim

- După reprezentarea schemei rețelei de rezistoare în Multisim conectez între punctele **A** și **B** un multimetru virtual **XMM1** (instrumentul se află în bara laterală din stânga pe prima poziție);
- Selectez multimetru ca **ohmmetru (Ω)**;
- Conectez borna minus (-) a ohmmetrului la un punct de masă (**Ground**);
- Pornesc simularea cu **F5** și observ că ohmmetrul indică valoarea **555,556 Ω** .

$$R_{ab} = 555,556 \Omega = 0,555 K\Omega$$

3. Determin rezistența echivalentă a rețelei cu legea lui Ohm în Multisim.

- Conectez rețeaua de rezistoare din figura 2.27 în serie cu o sursă de alimentare **E** și un ampermetru **I**;
- La punctele **A** și **B** conectez un voltmetru **U** și obțin schema din figura 2.28

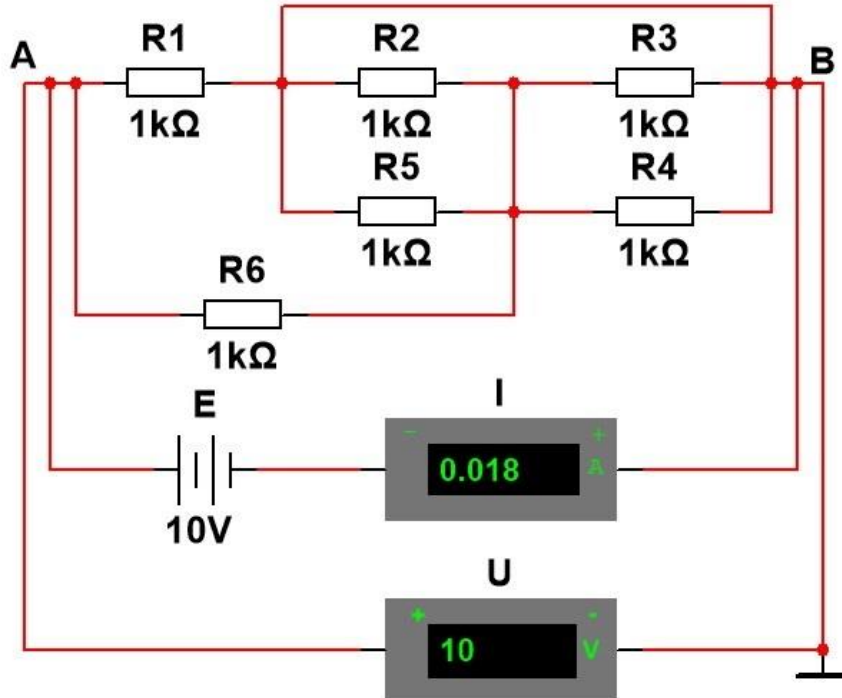


Figura 2.28 Rețea de rezistoare desenată în Multisim

- Pornesc simularea și notez valorile indicate de voltmetru și ampermetru
U = 10 V I = 0,18 A
- Calculez rezistența cu legea lui Ohm $R = \frac{U}{I}$
- Înlocuiesc în formulă și obțin: $R_{ab} = \frac{10}{0,18} = 0,555 K \Omega$

$$R_{ab} = 0,555 K \Omega$$