II. GEOMETRIE PLANA

1. NOTIUNI TEORETICE

A. UNGHIUL.

Unghiul este figura geometrică formată din două semidrepte care au aceeași origine.

Dacă un unghi se notează cu trei litere litera din mijloc reprezintă vârful unghiului.

a) Măsura unghiurilor.

• Unitatea de măsură pentru unghiuri este **gradul (º)** care reprezintă a 90-a parte dintr-un unghi drept

• Submultiplii gradului sunt **minutele** și **secundele**

• Pentru **gradele sexagesimale** (cel mai des utilizate) **1º = 60' = 3600'' ; 1' = 60''**

• Pentru **gradele centesimale** (gradele noi) **1º = 100' = 10000'' ; 1' = 100''**

• La operațiile cu grade sexagesimale trebuie scoase minutele întregi din secundele care depășesc 60 și gradele întregi din minutele care depășesc 60.

Ex. 100'' = 60'' + 40'' = 1'40'' ; 85'=60'+25' =1º25' ; 4000'' = 3600''+ 6·60'' + 40'' = 1º 6 ' 40''.

12º35'44'' + 25º45'52'' = 38º 21' 36''
44'' + 52'' = 96'' = 60'' + 36'' = 1'**36''**
35' + 45' + 1' = 81' = 60' + 21' = 1º**21'**
12º + 25º + 1º = **38º**

125º37'15'' : 3 = 41º 52' 25''
125º : 3 = **41º** rest2º = 2·60' = 120'
120 ' + 37' = 157' : 3 = **52'** rest1' = 60''
60'' + 15'' = 75'' : 3 = **25''**

15º43'38'' x 3 = 47º 10' 54''
38'' x 3 = 114'' = 60'' + 54'' = 1'**54''**
43' x 3 + 1' = 130' = 2·60' + 10' = 2º**10'**
15º x 3 + 2º = **47º**

45º29'17'' : 7 ≅ 6º 29' 54''
45º : 7 = **6º** rest 3º = 3·60' = 180'
180' + 29' = 209' : 7 = **29'** rest 6' = 6·60'' = 360''
360'' + 17'' = 377'' :7 =53'' rest 6'' ≅ **54''**

b) Tipuri de unghiuri.

• După mărime : **nul, ascuțit , drept , obtuz, alungit**

nul(0°) **ascuțit** (mai mic de 90º) **drept**(= 90º) **obtuz** (peste90°) **alungit**(180°)

• Două **unghiuri** sunt **complementare** dacă **suma** lor este **90º**.

Pentru a calcula complementul unui unghi din 90º se scade valoarea unghiului respectiv.

Ex. **C15º = 90º-15º = 75º ; C77º = 90º-77º = 13º**

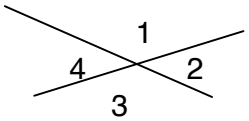
• Două **unghiuri** sunt **suplementare** dacă **suma** lor este **180º.**

Pentru a calcula suplementul unui unghi din 180º se scade valoarea unghiului respectiv.

Ex. **S66º = 180º - 66º = 114º ; S124º = 180º - 124º = 56º**

• Două unghiuri sunt **adiacente** dacă au **vârful comun** și o **latură comună**

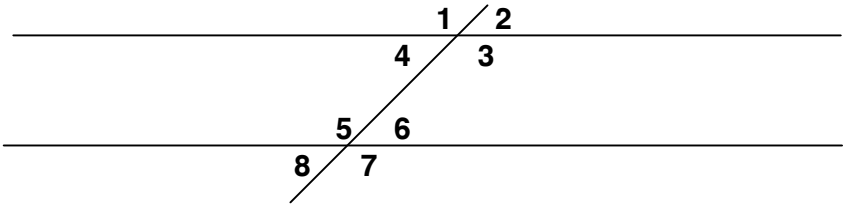
• Două unghiuri sunt **opuse la vârf** când au laturile în prelungire. Unghiurile opuse la vârf sunt congruente iar bisectoarele celor 4 unghiuri formate sunt perpendiculare



$\angle 1 = \angle 3$; $\angle 2 = \angle 4$

http://eprofu.ro/matematica

• **Unghiuri formate de două drepte paralele tăiate de o secantă**



Două drepte paralele tăiate de o secantă formează următoarele tipuri de unghiuri :

1)unghiuri egale

Alterne interne : 4 – 6 ; 3 – 5 $\Rightarrow \angle 4 = \angle 6$; $\angle 3 = \angle 5$

Alterne externe : 1 – 7 ; 2 – 8 $\Rightarrow \angle 1 = \angle 7$; $\angle 2 = \angle 8$

Corespondente : 2 – 6 ; 3 – 7 ; 1 – 5 ; 4 – 8 $\Rightarrow \angle 2 = \angle 6$; $\angle 3 = \angle 7$; $\angle 1 = \angle 5$; $\angle 4 = \angle 8$

Opuse la virf : 1 - 3; 2 - 4; 5 - 7; 6 - 8.

2) unghiuri suplementare

Interne de aceeasi parte a secantei : 3 – 6 ; 4 – 5 $\Rightarrow \angle 3 + \angle 6 = 180^o$; $\angle 4 + \angle 5 = 180^o$

Externe de aceeași parte a secantei : 2 – 7 ; 1 – 8 $\Rightarrow \angle 2 + \angle 7 = 180^o$; $\angle 1 + \angle 8 = 180^o$

• Două unghiuri mai sunt egale dacă **sunt de același fel (adică ascuțite sau obtuze)** și au : **laturile perpendiculare** sau **laturile paralele**

• Unghiurile cu laturile perpendiculare sau paralele dar care nu sunt de același fel (adică unul ascuțit și celălalt obtuz) sunt **suplementare.**

c) Proprietățile unghiurilor:

• Orice punct situat pe bisectoarea unui unghi (semidreapta care împarte unghiul în două părți egale) este egal depărtat de laturile unghiului.

• Bisectoarele a două unghiuri adiacente suplementare sunt perpendiculare între ele.

• Bisectoarele a două unghiuri cu laturile perpendiculare sunt perpendiculare sau paralele.

• Bisectoarele a două unghiuri cu laturile paralele sunt paralele sau perpendiculare.

• Suma unghiurilor unui triunghi este 180º.

• Suma unghiurilor unui patrulater este 360º.

• Suma unghiurilor unui poligon regulat cu n laturi este : **S = (n-2)·180º**

• Într-un poligon numărul de unghiuri este egal cu numărul de laturi ale poligonului.

d) Unghiuri și arce din cerc.

• **Unghiul la centru** - are vârful în centrul cercului iar laturile sunt raze ale cercului
Ca valoare este egal cu măsura arcului care îl subîntinde

• **Unghiul pe cerc(inscris in cerc)** - are vârful pe cerc iar laturile sunt coarde în cerc
Ca valoare este jumătate din măsura arcului care îl subîntinde

• **Unghiul în exteriorul cercului** - are vârful în exteriorul cercului iar laturile sunt secante ale cercului. Ca valoare este jumătate din modulul diferenței arcurilor care le subîntinde

• **Unghiul în interiorul cercului** - are vârful în interiorul cercului iar laturile sunt 2 coarde care se intersectează în interiorul cercului
Ca valoare este jumătate din suma arcurilor care le subîntinde

• **Unghiul coardei și al tangentei** - are vârful pe cerc iar laturile sunt o coardă și o tangentă la cerc dusă prin una din extremitățile coardei
Ca valoare este jumătate din arcul cuprins între laturile sale.

http://epoti.ro/matematica