EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2019 - 2020
Matematică

Varianta 4

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $20-20:4$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Dacă $\frac{x}{6}=\frac{7}{3}$, atunci numărul real x este egal cu $\ldots$.

5p **3.** Dacă $A=\{0,2,4,6,8\}$, $B=\{0,3,6\}$ și $A\cap B=\{0,n\}$, atunci n este egal cu $\ldots$.

5p **4.** Aria pătratului $ABCD$ este egală cu $36\,\text{cm}^2$. Lungimea laturii acestui pătrat este egală cu $\ldots$ cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AD' și BC are măsura de $\ldots^\circ$.

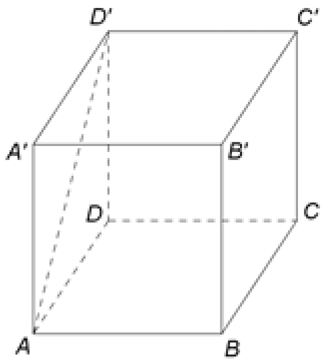

Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentat numărul de elevi ai unei școli, care participă la olimpiada de matematică.

Clasa	a V-a	a VI-a	a VII-a	a VIII-a
Număr de elevi	50	24	16	10

Conform informațiilor din tabel, procentul din numărul total de participanți la olimpiada de matematică, reprezentat de numărul elevilor de clasa a V-a este $\ldots\,\%$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$.

5p **2.** Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\right):\frac{1}{10}$ și $b=2^2\cdot\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)$. Arătați că $b=4a$.

5p **3.** Vlad a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi, Vlad a parcurs un sfert din lungimea traseului, în a doua zi, Vlad a parcurs dublul distanței parcurse în prima zi, iar în a treia zi restul de $10\,\text{km}$. Determinați lungimea traseului parcurs de Vlad.

4. Se consideră numerele reale $x=10\sqrt{2}-3\sqrt{18}$ și $y=\left(\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{2}{\sqrt{20}}-\frac{7}{\sqrt{125}}\right):\frac{8}{5\sqrt{5}}$.

5p **a)** Arătați că $x=\sqrt{2}$.

5p **b)** Calculați $\left(y-x^2\right)^{2020}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+1)^2+(2x-1)(4x+2)+(2x-1)^2$, unde x este număr real. Determinați numerele reale x, știind că media aritmetică a numerelor $E(x)$ și $E(-x)$ este egală cu media geometrică a numerelor $E(1)$ și $E(-1)$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB = 12\text{cm}$. Punctul E aparține dreptei AB astfel încât $B \in (AE)$ și $BE = 4\text{cm}$, iar punctul F este situat pe latura AD astfel încât $AD = 3DF$.

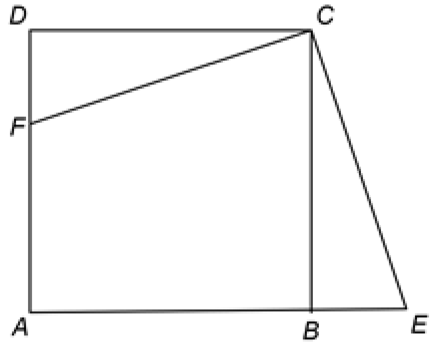

Figura 2

5p **a)** Arătați că $DF = 4\text{cm}$.

5p **b)** Arătați că aria patrulaterului $AECF$ este egală cu 144cm^2.

5p **c)** Perpendiculara din C pe dreapta EF intersectează dreapta AB în M. Demonstrați că punctul M este mijlocul segmentului AB.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $VB = 3\sqrt{5}\text{cm}$ și baza pătratul $ABCD$, $AB = 6\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, iar dreapta VO este perpendiculară pe planul (ABC). Punctul M este mijlocul muchiei VA, punctul G este situat pe segmentul VO astfel încât $VG = 2GO$ și punctul N este intersecția dreptelor VB și DG.

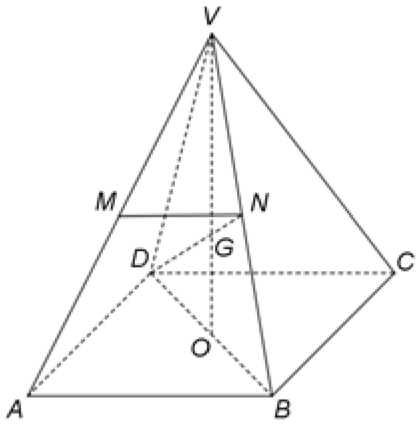

Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul pătratului $ABCD$ este egal cu 24cm.

5p **b)** Demonstrați că dreapta MN este paralelă cu planul (ABC).

5p **c)** Demonstrați că distanța de la punctul M la planul (ABC) este egală cu $\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2019 - 2020

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 4

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	15	**5p**
2.	14	**5p**
3.	6	**5p**
4.	6	**5p**
5.	45	**5p**
6.	50	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic	**4p**
	Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$	**1p**
2.	$a=\frac{6-5}{10}:\frac{1}{10}=\frac{1}{10}:\frac{1}{10}=1$	**2p**
	$b=4\cdot\frac{10-3-1}{6}=4\cdot\frac{6}{6}=4$, de unde obținem $b=4\cdot 1=4a$	**3p**
3.	$\frac{x}{4}+2\cdot\frac{x}{4}+10=x$, unde x este lungimea traseului parcurs în cele trei zile	**3p**
	$x=40\text{km}$	**2p**
4.	**a)** $x=10\sqrt{2}-3\sqrt{9\cdot 2}=$	**3p**
	$=10\sqrt{2}-9\sqrt{2}=\sqrt{2}$	**2p**
	b) $y=\left(\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{2}{2\sqrt{5}}-\frac{7}{5\sqrt{5}}\right):\frac{8}{5\sqrt{5}}=\frac{10+5-7}{5\sqrt{5}}\cdot\frac{5\sqrt{5}}{8}=1$	**3p**
	$\left(y-x^2\right)^{2020}=\left(1-\sqrt{2}^2\right)^{2020}=(-1)^{2020}=1$	**2p**
5.	$E(x)=(2x+1)^2+2(2x-1)(2x+1)+(2x-1)^2=\left((2x+1)+(2x-1)\right)^2=(4x)^2=16x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\frac{E(x)+E(-x)}{2}=\sqrt{E(1)\cdot E(-1)}\Leftrightarrow\frac{16x^2+16(-x)^2}{2}=\sqrt{16\cdot 16}\Leftrightarrow 16x^2=16$, deci $x^2=1$, de unde obținem $x=-1$ sau $x=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $DF=\frac{AD}{3}=$	**3p**
	$=\frac{12}{3}=4\text{cm}$	**2p**

	b) ΔDCF și ΔBCE sunt dreptunghice, $DC = BC$ și $DF = BE$, deci $\Delta DCF \equiv \Delta BCE$, de unde obținem $\mathcal{A}_{\Delta DCF} = \mathcal{A}_{\Delta BCE}$	**3p**
	$\mathcal{A}_{AECF} = \mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{\Delta DCF} + \mathcal{A}_{\Delta BCE} = \mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 = 144\text{cm}^2$	**2p**
	c) ΔCFE este isoscel și, cum $EF = 8\sqrt{5}\text{cm}$, obținem $EN = 4\sqrt{5}\text{cm}$, unde N este punctul de intersecție a dreptelor CM și EF	**3p**
	$\Delta EMN \sim \Delta EFA \Rightarrow \frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EA}$, deci $EM = 10\text{cm}$ și, cum $B \in (EM)$, obținem $MB = 6\text{cm}$, deci $MB = \frac{AB}{2}$, de unde obținem că punctul M este mijlocul segmentului AB	**2p**
2.	**a)** $P_{ABCD} = 4AB =$	**3p**
	$= 4 \cdot 6 = 24\text{cm}$	**2p**
	b) VO este mediană în ΔVBD și $VG = 2GO$, $G \in VO$, deci G este centrul de greutate a ΔVBD și, cum $\{N\} = VB \cap DG$, obținem că punctul N este mijlocul segmentului VB	**2p**
	MN este linie mijlocie în $\Delta VAB \Rightarrow MN \parallel AB$ și, cum $AB \subset (ABC)$, obținem $MN \parallel (ABC)$	**3p**
	c) $VO \parallel NP$, unde $NP \perp BO$, $P \in BO$, deci $NP \perp (ABC)$ și, cum $MN \parallel (ABC)$, obținem $d(M,(ABC)) = d(N,(ABC)) = NP$	**2p**
	ΔVOB este dreptunghic, $BO = 3\sqrt{2}\text{cm}$, deci $VO = \sqrt{VB^2 - OB^2} = 3\sqrt{3}\text{cm}$ și, cum N este mijlocul segmentului VB și $NP \parallel VO \Rightarrow NP$ este linie mijlocie în ΔVBO, deci $NP = \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$	**3p**