J. PROBLEME REZOLVATE 2

1. Dintr-un vas cu apa se scoate in prima zi 10% din cantitatea totala, a doua zi se scoate 20% din cantitatea care a mai ramas, iar a treia zi restul de 360 litri. Ce cantitate de apa a fost initial in vas?

REOLVARE

Notez cantitatea initiala de apa cu **x**

Aflu ce cantitate de apa **se scoate** si ce cantitate de apa **ramane** in vas in fiecare zi:

Prima zi:

Se scoate: $\frac{10}{100} \cdot x = \frac{x}{10}$ **Ramane:** $x - \frac{x}{10} = \frac{10x - x}{10} = \frac{9x}{10}$

A doua zi:

Se scoate: $\frac{20}{100} \cdot \frac{9x}{10} = \frac{18x}{100} = \frac{9x}{50}$ **Ramane:** $\frac{9x}{10} - \frac{9x}{50} = \frac{45x - 9x}{50} = \frac{36x}{50} = \frac{18x}{25}$

Cantitatea ramasa a doua zi este egala cu restul de 360 litri care se scoate a treia zi.

$$\frac{18x}{25} = 360 \Rightarrow 18x = 25 \cdot 360 \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 360}{18} = 25 \cdot 20 = 500 \Rightarrow \mathbf{x = 500 \text{ litri}}$$

2. Trei frati au primit impreuna 160.000 lei. Dupa ce primul a cheltuit o treime din suma sa, al doilea a cheltuit un sfert din partea sa, iar al treilea a cheltuit trei cincimi din partea sa , toti au ramas cu sume egale. **a)** Ce suma de bani a primit fiecare dintre frati ? **b)** Ce suma de bani a cheltuit fiecare dintre frati?

REZOLVARE

Notez sumele primite de cei 3 frati astfel :

Suma primita de primul frate = **a**
Suma primita de al doilea frate = **b**
Suma primita de al treilea frate = **c**

Deoarece ei in final raman cu sume egale aflu cu ce suma ramane fiecare frate apoi egalez valorile obtinute

Primul frate ramane cu $\mathbf{a - \frac{a}{3} = \frac{3a - a}{3} = \frac{2a}{3}}$

Al doilea frate ramane cu $\mathbf{b - \frac{b}{4} = \frac{4b - b}{4} = \frac{3b}{4}}$

Al treilea frate ramane cu $\mathbf{c - \frac{3c}{5} = \frac{5c - 3c}{5} = \frac{2c}{5}}$

$$\mathbf{\frac{2a}{3} = \frac{3b}{4} = \frac{2c}{5} = k \Rightarrow a = \frac{3k}{2};\ b = \frac{4k}{3};\ c = \frac{5k}{2}}$$

http://eprofu.ro/matematica

Dar $a + b + c = 160.000 \Rightarrow \overset{3)}{\frac{3k}{2}} + \overset{2)}{\frac{4k}{3}} + \overset{3)}{\frac{5k}{2}} = \overset{6)}{160.000} \Rightarrow 9k + 8k + 15k = 6 \cdot 160.000 \Rightarrow$

$\Rightarrow 32K = 6 \cdot 160.000 \Rightarrow \mathbf{k} = \frac{6 \cdot 160.000}{32} = 6 \cdot 5.000 = \mathbf{30.000} \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathbf{a} = \frac{3 \cdot 30.000}{2} = \mathbf{45.000}$; $\mathbf{b} = \frac{4 \cdot 30.000}{3} = \mathbf{40.000}$; $\mathbf{c} = \frac{5 \cdot 30.000}{2} = \mathbf{75.000}$

Deci cei 3 frati au primit sumele : **I- 45.000 lei ; II – 40.000 lei ; III – 75.000 lei**

b) Sumele cheltuite de cei trei frati sunt:

I $\frac{1}{3} \cdot 45.000 = \mathbf{15.000\ lei}$; **II** $\frac{1}{4} \cdot 40.000 = \mathbf{10.000\ lei}$; **III** $\frac{3}{5} \cdot 75.000 = \mathbf{45.000\ lei}$

3. Intr-un bloc sunt 75 de apartamente cu 2 respectiv 3 camere, in total 175 camere. Aflati numarul de apartamente cu 2 camere si numarul de apartamente cu 3 camere.

REZOLVARE

Notez: nr. apartamente cu 2 camere = **a** ; nr. apartamente cu 3 camere = **b**
Formez 2 ecuatii: in prima exprim nr. total de apartamente, iar in a doua nr. total de camere

$$\begin{cases} \mathbf{a + b = 75} \ /\cdot(-2) \\ \mathbf{2 \cdot a + 3 \cdot b = 175} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 2b = -150 \\ 2a + 3b = 175 \ (+) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 25 \\ a + 25 = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 25 \\ a = 50 \end{cases}$$

$/ \quad b = 25$

In bloc sunt : **50 apartamente cu 2 camere** si **25 apartamente cu 3 camere**

4. Intr-o curte sunt iepuri si gaini, in total 50 de capete si 120 de picioare. Cate gaini si cati iepuri sunt in curte?

REZOLVARE

Notez: numarul de iepuri= **a** ; numarul de gaini = **b**
Formez 2 ecuatii: in prima exprim nr. total de capete, iar in a doua nr. total de picioare

$$\begin{cases} \mathbf{a + b = 50} \ /\cdot(-2) \\ \mathbf{4 \cdot a + 2 \cdot b = 120} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 2b = -100 \\ 4a + 2b = 120 \ (+) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ 10 + b = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 40 \end{cases}$$

$2a \quad / \quad = 20 \Rightarrow a = 10$

In curte sunt: **10 iepuri** si **40 gaini**

http://eprofu.ro/matematica

5) Mai multe persoane vor sa cumpere un obiect. Daca fiecare persoana da cite 50.000 lei nu ajung 60.000 lei , iar daca fiecare da cite 80.000 lei , sunt in plus 30.000 lei.
a) Cite persoane sunt ? **b)** Cit costa obiectul?

REZOLVARE

Notez:numarul de persoane = **x** ; pretul obiectului = **y**

Formez urmatoarele ecuatii:

$$\begin{cases} \mathbf{50.000 \cdot x = y - 60.000} \\ \mathbf{80.000 \cdot x = y + 30.000} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 50.000x - y = -60.000 \ / \cdot(-1) \\ 80.000x - y = 30.000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -50.000x + y = 60.000 \\ 80.000x - y = 30.000 \ (+) \end{cases}$$

$$30.000x \ / \ = 90.000 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ 80.000 \cdot 3 - y = 30.000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 240.000 - 30.00 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 210.000 \end{cases}$$

Sunt **3 persoane** iar obiectul **costa 210.00 lei**

6) Fie numarul $\overline{ab}$, scris in baza 10, cu a ≠ 0 si b ≠ 0.

a) Aratati ca numarul $(\overline{ab})^2 - (\overline{ba})^2$ este divizibil cu 9
b) Daca impartim numarul $\overline{ba}$ la suma cifrelor sale obtinem catul 4 si restul 12. Aflati nr. $\overline{ab}$

REOLVARE

Numarul $\overline{ab}$ se scrie **10a + b** iar numarul $\overline{ba}$ se scrie **10b + a**

a) $(10a + b)^2 - (10b + a)^2 = 100a^2 + 20ab + b^2 - (100b^2 + 20ab + a^2) =$

$= 100a^2 + 20ab + b^2 - 100b^2 - 20ab - a^2 = 99a^2 + 99b^2$

Deci $(\overline{ab})^2 - (\overline{ba})^2 = 99a^2 + 99b^2 = \mathbf{9} \cdot (11a^2 + 11b^2) \Rightarrow$ **numarul este divizibil cu 9**

b) (10b + a) : (a +b) = 4 rest 12

Conform teoremei impartirii cu rest $\Rightarrow (10b + a) = 4 \cdot (a + b) + 12 \Rightarrow 10b + a = 4a + 4b + 12 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10b - 4b + a - 4a = 12 \Rightarrow 6b - 3a = 12 \ / \ (:3) \Rightarrow$ **$2b - a = 4 \Rightarrow a = 2b - 4$**

Tot din teorema impartirii cu rest $\Rightarrow$ restul < impartitorul $\Rightarrow 12 < a + b \Rightarrow$ **$a + b > 12$**

Deoarece a si b sunt cifre , dau lui b valori astfel incat sa fie indeplinite conditiile **$a = 2b - 4$**

$a + b > 12$

b nu poate lua valoarile 1 sau 2 deoarece **a** devine mai mic sau egal cu **0**

b = 3 $\Rightarrow$ **a** = $2 \cdot 3 - 4 =$ **2** **nu este indeplinita conditia a + b > 12**

b = 4 $\Rightarrow$ **a** = $2 \cdot 4 - 4 =$ **4** **nu este indeplinita conditia a + b > 12**

b = 5 $\Rightarrow$ **a** = $2 \cdot 5 - 4 =$ **6** **nu este indeplinita conditia a + b > 12**

b = 6 $\Rightarrow$ **a** = $2 \cdot 6 - 4 =$ **8**

b nu poate lua valorile 7, 8 sau 9 deoarece **a** devine mai mare decat 9

Deci **a = 8** si **b = 6** $\Rightarrow$ numarul **$\overline{ab}$ este 86**

http://eprofu.ro/matematica