EXERCITII SI PROBLEME DE ALGEBRA REZOLVATE

A2. OPERATII CU RADICALI

a) Algoritmul de extragere a radacinii patrate

1. Radacina patrata a unui numar intreg. Ex. $\sqrt{23104}$

√2'31'04	152
1	26 · 6 = 156
131	25 · 5 = 125
125	302 · 2 = 604
==604	
604	
===	

1. Impart numarul in grupe de cate 2 cifre de la dreapta la stanga
2. Ma gandesc la un numar care ridicat la patrat sa dea drept rezultat un numar mai mic decat 2 (prima grupa din stanga) $1^2 < 2$
3. Trec numarul in dreapta sus iar rezultatul obtinut sub 2 si il scad din acesta 2 - 1 = 1
4. Cobor langa 1 urmatoarea grupa 31 si obtin numarul 131
5. Dublez numarul scris in dreapta sus 1 si obtin numarul 2 (1 · 2 =2)

6. Ma gandesc la o cifra care adaugata in dreapta lui 2 si inmultita cu numarul care se formeaza sa obtin un numar mai mic dacat 131.
Am adaugat cifra 6 si am obtinut numarul 26 dar 26 · 6 = 156 numar care este mai mare decat 131
Am adaugat cifra 5 si am obtinut numarul 25 , iar 25 · 5 = 125 numar care este mai mic decat 131
7. Scriu cifra 5 in dreapta cifrei 1 de sus, iar rezultatul 125 sub numarul 131 si il scad din acesta 131 - 125 = 6, apoi cobor langa cifra 6 urmatoarea grupa, adica 04 si obtin numarul 604
8. Dublez numarul scris in dreapta sus 15 si obtin numarul 30 (15 · 2 = 30) pe care il scriu sub ultima inmultire din dreapta.
9. Ma gandesc la o cifra care adaugata in dreapta lui 30 si inmultita cu numarul care se formeaza sa obtin un numar mai mic dacat 604.
Am adaugat cifra 2 si am obtinut numarul 302, iar 302 · 2 = 604 numar care este egal cu 604, deci este bun.
10. Trec cifra gasita sus in dreapta numarului 15 si obtin numarul 152, care ste si rezultatul final.
Pentru fixarea cunostintelor mai prezint inca 2 exemple, dar fara explicatii.

√91'39'36	956
81	186 · 6 = 1116
1039	185 · 5 = 925
925	1907 · 7 = 13349
=11436	1906 · 6 = 11436
11436	
=====	

√8'15'67	285, **59**
4	49 · 9 = 441
415	48 · 8 = 384
384	565 · 5 = 2825
=3167	5706 · 6 = 34236
2825	5705 · 5 = 28525
=34200	57109 · 9 = 513981
28525	
=567500	
513981	
=53519	

2. Radacina patrata a unui numar rational.

Algoritmul este acelasi ca la numerele intregi , cu doua precizari: cand se ajunge in dreptul virgulei se scrie virgula la rezultat ; daca numarul de cifre de dupa virgula nu este par se mai adauga un zerou(iar daca este cazul grupe de cate doua zerour)i ca sa putem impartii in grupe de cate 2 cifre numarul de dupa virgula.

√2'46',49	15,**7**
1	25 · 5 = 125
146	307 · 7 = 2149
125	
=2149	
2149	
====	

http://eprofu.ro/matematica

b) Operatii cu radicali

1. $3\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{48} - 2\sqrt{32} = 3\cdot 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} - 2\cdot 4\sqrt{2} = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = \mathbf{2\sqrt{3} - 5\sqrt{2}}$

$12 = 2^2\cdot 3 \Rightarrow \sqrt{12} = \sqrt{2^2\cdot 3} = \mathbf{2\sqrt{3}}$ (12 | 2, 6 | 2, 3 | 3, 1)

$18 = 2\cdot 3^2 \Rightarrow \sqrt{18} = \sqrt{2\cdot 3^2} = \mathbf{3\sqrt{2}}$ (18 | 2, 9 | 3, 3 | 3, 1)

$48 = 2^2\cdot 2^2\cdot 3 \Rightarrow \sqrt{48} = \sqrt{2^2\cdot 2^2\cdot 3} = 2\cdot 2\cdot\sqrt{3} = \mathbf{4\sqrt{3}}$ (48 | 2, 24 | 2, 12 | 2, 6 | 2, 3 | 3, 1)

$32 = 2^2\cdot 2^2\cdot 2 \Rightarrow \sqrt{32} = \sqrt{2^2\cdot 2^2\cdot 2} = \mathbf{4\sqrt{2}}$ (32 | 2, 16 | 2, 8 | 2, 4 | 2, 2 | 2, 1)

2. $\mathbf{0,5\cdot\sqrt{80} + 0,(3)\cdot\sqrt{45} - 18\sqrt{50} : 6\sqrt{10}} = \frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{5} + \frac{1}{3}\cdot 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} - 3\sqrt{5} = \mathbf{0}$

$0,5 = \frac{5^{(5}}{10} = \frac{1}{2}$; $0,(3) = \frac{3^{(3}}{9} = \frac{1}{3}$; $\sqrt{80} = \sqrt{16\cdot 5} = 4\sqrt{5}$; $\sqrt{45} = \sqrt{9\cdot 5} = 3\sqrt{5}$; $18\sqrt{50} : 6\sqrt{10} = 3\sqrt{5}$

3. $\mathbf{(\sqrt{63} - \sqrt{18})\cdot(\sqrt{28} + \sqrt{8})} = (3\sqrt{7} - 3\sqrt{2})\cdot(2\sqrt{7} + 2\sqrt{2}) = 3\cdot(\sqrt{7} - \sqrt{2})\cdot 2\cdot(\sqrt{7} + \sqrt{2}) = 6\cdot(\sqrt{7} - \sqrt{2})\cdot(\sqrt{7} + \sqrt{2}) =$
$= 6\cdot[(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{2})^2] = 6\cdot(7 - 2) = 6\cdot 5 = \mathbf{30}$

$\sqrt{63} = \sqrt{9\cdot 7} = \mathbf{3\sqrt{7}}$; $\sqrt{18} = \sqrt{9\cdot 2} = \mathbf{3\sqrt{2}}$; $\sqrt{28} = \sqrt{4\cdot 7} = \mathbf{2\sqrt{7}}$; $\sqrt{8} = \sqrt{4\cdot 2} = \mathbf{2\sqrt{2}}$

4. $\mathbf{(\sqrt{45} - \sqrt{125})^2 + (\sqrt{20} - \sqrt{12})^2 + \sqrt{960}} = (3\sqrt{5} - 5\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2 + 8\sqrt{15} = (-2\sqrt{5})^2 + 4(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 + 8\sqrt{15} =$
$= 4\cdot 5 + 4\cdot(5 - 2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{3} + 3) + 8\sqrt{15} = 20 + 4\cdot(8 - 2\sqrt{15}) + 8\sqrt{15} =$
$= 20 + 32 - 8\sqrt{15} + 8\sqrt{15} = \mathbf{52}$

$\sqrt{45} = \sqrt{3^2\cdot 5} = 3\sqrt{5}$; $\sqrt{125} = \sqrt{5^2\cdot 5} = 5\sqrt{5}$; $\sqrt{20} = \sqrt{2^2\cdot 5} = 2\sqrt{5}$; $\sqrt{12} = \sqrt{2^2\cdot 3} = 2\sqrt{3}$; $\sqrt{960} = \sqrt{8^2\cdot 15} = 8\sqrt{15}$

Atentie! la paranteza $(2\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2$, am scos pe **2** factor comun si l-am ridicat la puterea care este paranteza obtinand **4** $(2^2 = 4)$, apoi am aplicat formula $\mathbf{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$.
Cand se scoate un numar ca factor comun dintr-o paranteza se ridica la puterea care este paranteza respectiva.

5. $\mathbf{\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) - (3\sqrt{3} - 1)\cdot(\sqrt{3} - 4)} = \sqrt{3}\cdot 2 - \sqrt{3}\cdot\sqrt{3} - (3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} - 3\sqrt{3}\cdot 4 - 1\cdot\sqrt{3} + 1\cdot 4) =$
$= 2\sqrt{3} - 3 - (9 - 12\sqrt{3} - \sqrt{3} + 4) = 2\sqrt{3} - 3 - (13 - 13\sqrt{3}) =$
$= 2\sqrt{3} - 3 - 13 + 13\sqrt{3} = \mathbf{15\sqrt{3} - 16}$

6. $\mathbf{[(24\sqrt{6} - 12\sqrt{8}) : (-6\sqrt{2})]\cdot(4 - \sqrt{48})} = (-4\sqrt{3} + 2\sqrt{4})\cdot(4 - 4\sqrt{3}) = (4 - 4\sqrt{3})\cdot(4 - 4\sqrt{3}) = (4 - 4\sqrt{3})^2 =$
$= 4^2\cdot(1 - \sqrt{3})^2 = 16\cdot(1 - 2\sqrt{3} + 3) = 16(4 - 2\sqrt{3}) = \mathbf{64 - 32\sqrt{3}}$

7. $\mathbf{0,5 : (-2)^{-2} - 0,5 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})\cdot(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{1}{2} : \frac{1}{(-2)^2} - \frac{1}{2} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})\cdot(\sqrt{3} + \sqrt{2}) =$
$= \frac{1}{2} : \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{4^{2}}{1} - \frac{1}{2} + 3 - 2 =$
$= 2 - \frac{1}{2} + 3 - 2 = {}^{2)}3 - \frac{1}{2} = \frac{6 - 1}{2} = \mathbf{\frac{5}{2}}$

http://epanu.matematica

8. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} - 3^{-1} \cdot \frac{1}{2} + \frac{0{,}5}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{18} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{+1} - \frac{1}{3^1} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{2}}{1} \cdot 3\sqrt{2} = -\frac{3}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{1} =$

$$= -\frac{3}{2} - \frac{1}{6} + \frac{3}{2} = -\frac{1}{6}$$

9. $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + |\sqrt{16} + 2\sqrt{3}| = |2-\sqrt{3}| - |1-\sqrt{3}| + \sqrt{16} + 2\sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} - (\sqrt{3} - 1) + 4 + 2\sqrt{3} =$

$$= 2 - \sqrt{3} - \sqrt{3} + 1 + 4 + 2\sqrt{3} = 7$$

10) $\left(\frac{7}{2\sqrt{6}} - \frac{6}{\sqrt{24}} + \frac{5}{\sqrt{54}}\right) \cdot \left(\frac{13}{\sqrt{216}}\right)^{-1} = \left(\frac{{}^{3)}7}{2\sqrt{6}} - \frac{{}^{3)}6}{2\sqrt{6}} + \frac{{}^{2)}5}{3\sqrt{6}}\right) \cdot \left(\frac{6\sqrt{6}}{13}\right)^{+1} =$

$$= \frac{7 \cdot 3 - 6 \cdot 3 + 5 \cdot 2}{6\sqrt{6}} \cdot \frac{6\sqrt{6}}{13} = \frac{13}{1} \cdot \frac{1}{13} = 1$$

11. $\frac{\sqrt{27} + \sqrt{45} + \sqrt{54}}{\sqrt{12} + \sqrt{20} + \sqrt{24}} = \frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{5} + 3\sqrt{6}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{6}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{6})}{2 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{6})} = \frac{3}{2}$

12. $\sqrt{16+\sqrt{240}} - \sqrt{16-4\sqrt{15}} - \sqrt{4-\sqrt{15}} =$

$\sqrt{16 + \sqrt{240}} = \sqrt{16 + 2\sqrt{60}} = \sqrt{16 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}} = \sqrt{(\sqrt{6} + \sqrt{10})^2} = |\sqrt{6} + \sqrt{10}| = \sqrt{10} + \sqrt{6}$

$\sqrt{16 - 4\sqrt{15}} = \sqrt{16 - 2\sqrt{60}} = \sqrt{16 - 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}} = \sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{10})^2} = |\sqrt{6} - \sqrt{10}| = \sqrt{10} - \sqrt{6}$

$$\sqrt{4 - \sqrt{15}} = \sqrt{\frac{2(4 - \sqrt{15})}{2}} = \frac{\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}}{\sqrt{2}} = \frac{|\sqrt{3} - \sqrt{5}|}{\sqrt{2}} = \frac{{}^{\sqrt{2}}(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{10} - \sqrt{6}}{2}$$

$$= \sqrt{10} + \sqrt{6} - (\sqrt{10} - \sqrt{6}) - \frac{\sqrt{10} - \sqrt{6}}{2} = \sqrt{10} + {}^{2)}\sqrt{6} - \sqrt{10} + {}^{2)}\sqrt{6} - \frac{\sqrt{10} - \sqrt{6}}{2} = \frac{2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - \sqrt{10} + \sqrt{6}}{2} =$$

$$= \frac{5\sqrt{6} - \sqrt{10}}{2}$$

http://eprofi.ro/matematica