K. MULTIMI DE NUMERE- EXERCITII REZOLVATE

1) Determinați elementele mulțimii $A=\{x\in Z \mid |2x-3|\leq 5\}$

•Rezolvăm inecuația cu modul de după bara de proprietate

$|2x-3|\leq 5 \Rightarrow -5\leq 2x-3\leq 5 \Rightarrow -5+3\leq 2x\leq 5+3 \Rightarrow -2\leq 2x\leq 8\ /:2 \Rightarrow -1\leq x\leq 4 \Rightarrow \mathbf{x\in[-2;4]}$

• Deoarece $x\in Z$ din intervalul determinat alegem **numerele întregi** $\Rightarrow A=\{-2;-1;0;1;2;3;4\}$

2) Determinați elementele mulțimii $A=\{x\in N \mid \frac{3-x}{4+x}\geq 0\}$

• Mai întâi rezolvăm inecuația rațională de după bara de proprietate.

a) $\frac{3-x}{4+x}\geq 0$

$3-x=0 \Rightarrow -x=-3\ /\cdot(-1) \Rightarrow x=3$

$4+x=0 \Rightarrow x=-4$

x	$-\infty$			-4				3			$+\infty$
3-x	+	+	+	+	+	0	-	-	-	-	
4+x	-	-	0	+	+	+	+	+	+		
x-3											
-----	-	-	|	+	+	0	-	-	-	
4+x											

$\mathbf{x\in(-4;3]}$

• Deoarece $x\in N$ din intervalul determinat se aleg **numerele naturale** $\Rightarrow A=\{0;1;2;3\}$

Algoritmul de rezolvare:

- egalez numaratorul si numitorul fractiei cu zero si determine valorile lui x
- fac un tabel unde trec in stanga: **x**; **numaratorul**; **numitorul**; **fractia**
- in dreapta lui x trec valorile lui x determinate anterior
- sub fiecare valoare a lui x , trec zero in dreptul termenului care l-am egalat anterior cu zero ca sa determin valoarea lui x
- in dreptul fractiei trec **I(nedeterminare)unde numitorul este 0 si 0 unde numaratorul este 0**
- in dreptul numaratorului si numitorului trec in dreapta si stanga lui 0 semnul + sau - astfel **in dreapta lui 0 trec semnul lui x iar in stanga lui 0 trec semnul opus lui x (am aplicat semnul functiei de gradul I, care este prezentata in capitolul FUNCTII)**
- in dreptul fractiei, in cele 3 intervale, trec semnul care rezulta din inmultirea semnelor numaratorului cu numitorul (care au fost determinate anterior)
- solutia inecuatiei va fi intervalul sau intervalele, care au semnul corespunzator cerintei initiale
  - daca **fractia ≥ 0** se alege intervalul sau intervalele cu **semnul +**
  - daca **fractia ≤ 0** se alege intervalul sau intervalele cu **semnul -**

3) Determinați elementele mulțimii $A=\{x\in R \mid \sqrt{25-20x+4x^2}<3\}$

•Se rezolvă inecuația de după bara de proprietate

$\sqrt{25-10x+4x^2}=\sqrt{(5-2x)^2}=|5-2x| \Rightarrow |5-2x|<3$

$|5-2x|<3 \Rightarrow -3<5-2x<3 \Rightarrow -3-5<-2x<3-5 \Rightarrow -8<-2x<-2\ /\cdot(-1) \Rightarrow 8>2x>2\ /:2 \Rightarrow 4>x>1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathbf{x\in(1;4)}$

• Deoarece $x\in R \Rightarrow A=(1;4)$

http://edumatematica

4) Determinați elementele mulțimii $A = \{x \in Z \mid \frac{2x+3}{3x-1} \in Z\}$

$\frac{2x+3}{3x-1} \in Z \Rightarrow$ $3x-1 \mid 3x-1$ $/\cdot(-2) \Rightarrow$ $3x-1 \mid -6x+2$ $\Rightarrow$ **$3x-1 = D_{11}$** $\Rightarrow$

$3x-1 \mid 2x+3$ $/\cdot 3$ $3x-1 \mid 6x+9$ (+)

$3x-1 \mid 11$

$3x-1=1$	$3x-1=-1$	$3x-1=11$	$3x-1=-11$
$3x=2$	$3x=0$	$3x=12 / :3$	$3x=-10 / :3$
$\mathbf{x=\frac{2}{3}}$	$\mathbf{x=0}$	$\mathbf{x=4}$	$\mathbf{x=-\frac{10}{3}}$

Deoarece $x \in Z \Rightarrow$ **$A = \{0, 4\}$**

5) Determinați elementele mulțimii $A = \{x \in N \mid \frac{2x^3+3}{x-2} \in Z\}$

$\frac{2x^3+3}{x-2} \in Z \Rightarrow$ $x-2 \mid 2x^3+3$ $\Rightarrow$ $x-2 \mid 2x^3+3$ (+) $\Rightarrow$ $x-2 \mid 4x^2+3$ $\Rightarrow$ $x-2 \mid 4x^2+3$ (+)

$x-2 \mid 4x^2+3$ $x-2 \mid 8x+3$ $x-2 \mid 8x+3$

$x-2 \mid x-2$ $/\cdot(-8)$ $x-2 \mid -8x+16$

$\Rightarrow$ $x-2 \mid 8x+3$ $\Rightarrow$ $x-2 \mid 8x+3$ (+)

$x-2 \mid 19$ $\Rightarrow$ **$x-2 = D_{19}$** $\Rightarrow$

$x-2=1$	$x-2=-1$	$x-2=19$	$x-2=-19$
$x=3$	**$x=1$**	**$x=21$**	**$x=-17$ dar $x \in N \Rightarrow A=\{1; 3; 21\}$**

6) Determinați elementele mulțimii $A = \{ a \in Z \mid \frac{a+3}{2a-1}$ **este numar intreg par** $\}$

$\frac{a+3}{2a-1} \in Z \Rightarrow$ $2a-1 \mid 2a-1$ $\Rightarrow$ $2a-1 \mid 2a-1$

$2a-1 \mid a+3$ $/\cdot(2)$ $2a-1 \mid 2a+6$ $\Rightarrow 2a-1 \mid (2a+6)-(2a-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow 2a-1 \mid 7 \Rightarrow 2a-1 \in \{1, -1, 7, -7\}$

$2a-1=1$	$2a-1=-1$	$2a-1=7$	$2a-1=-7$
$2a=2$	$2a=0$	$2a=8$	$2a=-6$
$a=1$	**$a=0$**	**$a=4$**	**$a=-3$**

Deoarece fractia trebuie sa fie un numar intreg par din valorile lui **a** obtinute numai vlorile **1** si **-3** verifica conditia data $\Rightarrow$ **$A=\{-3; 1\}$**

ATENTIE! Fractia trebuie sa fie un numar intreg par **NU** elementele multimii

http://eprofu.ro/matematica