

L2. FUNCTIA DE GRADUL I

2. Determinarea unei functii liniare

Exemplul 1.

Determinati functia liniara al carei grafic contine punctele A(2, 1) si B(-1, -5)

Rezolvare

- scriu forma generala a functiei liniare $\Rightarrow f(x) = ax + b$

- determin coeficientii **a** si **b** astfel: scriu pentru fiecare punct care apartine graficului functiei cate o ecuatie apoi rezolv sistemul format din cele 2 ecuatii \Rightarrow

$$\begin{aligned} A(2, 1) \in G f &\Rightarrow f(2) = 1 && \Rightarrow (1) \begin{cases} f(2) = 1 \\ f(-1) = -5 \end{cases} \\ B(-1, -5) \in G f &\Rightarrow f(-1) = -5 \end{aligned}$$

Calculez $f(2)$ si $f(-1)$ inlocuind pe x cu 2 respectiv -1 in forma generala a functiei ($f(x) = ax + b$) iar rezultatele obtinute le inlocuiesc in sistemul (1) \Rightarrow

$$f(2) = 2 \cdot a + b \Rightarrow f(2) = 2a + b$$

$$f(-1) = (-1) \cdot a + b \Rightarrow f(-1) = -a + b$$

$$\text{Inlocuind pe } f(2) \text{ si } f(-1) \text{ in sistemul (1)} \Rightarrow \text{sistemul: } \begin{cases} 2a + b = 1 \\ -a + b = -5 / \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ -2a + 2b = -10 \quad (+) \\ \hline 3b = -9 / : 3 \\ b = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -3 \\ -a + b = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ -a - 3 = -5 \\ -a = -5 + 3 \\ -a = -2 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ a = 2 \end{cases}$$

- inlocuiesc in forma generala a functiei coeficientii **a** si **b** cu valorile determinate $\Rightarrow f(x) = 2x - 3$

Exemplul 2.

Determinati functia liniara care indeplineste conditia: $2 \cdot f(x) + 3 \cdot f(1 - x) = 4x + 3$

Rezolvare

- scriu forma generala a functiei liniare $\Rightarrow f(x) = ax + b$

- calculez $f(1 - x) \Rightarrow f(1 - x) = a \cdot (1 - x) + b = a - ax + b \Rightarrow f(1 - x) = -ax + a + b$

- inlocuiesc pe $f(x)$ in relatia din enunt si determin coeficientii **a** si **b** \Rightarrow

$$2 \cdot (ax + b) + 3 \cdot (-ax + a + b) = 4x + 3$$

$$2ax + 2b - 3ax + 3a + 3b = 4x + 3$$

$$-ax + 3a + 5b = 4x + 3$$

Ca sa rezolv aceasta ecuatie egalez termenul lui x din stanga cu termenul lui x din dreapta si termenul liber din stanga cu termenul liber din dreapta \Rightarrow

$$\begin{cases} -a = 4 \\ 3a + 5b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ 3 \cdot (-4) + 5b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ -12 + 5b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ 5b = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 3 \end{cases}$$

- inlocuiesc in forma generala a functiei coeficientii **a** si **b** cu valorile determinate $\Rightarrow f(x) = -4x + 3$

3. Determinarea unui parametru dintr-o functie liniara

Exemplul 1.

Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx + 9$. Determinati m stiind ca punctul $A(m; -6m)$ apartine graficului functiei.

Rezolvare

Daca punctul $A(m; -6m) \in G_f \Rightarrow f(m) = -6m$

Calculez $f(m) \Rightarrow f(m) = m \cdot m + 9 \Rightarrow f(m) = m^2 + 9$

Inlocuiesc pe $f(m)$ in prima relatie $\Rightarrow m^2 + 9 = -6m \Rightarrow m^2 + 6m + 9 = 0$

Rezolv ecuatia si determin valorile lui $m \Rightarrow (m + 3)^2 = 0 \Rightarrow m + 3 = 0 \Rightarrow m = -3$

Exemplul 2.

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$. a) Determinați a și b știind că, graficul funcției taie axa Oy în punctul 4 și axa Ox în punctul 2.

Rezolvare

Daca graficul functiei $\cap Oy$ in 4 $\Rightarrow A(0, 4) \in G_f \Rightarrow f(0) = 4$

Daca graficul functiei $\cap Ox$ in 2 $\Rightarrow B(2, 0) \in G_f \Rightarrow f(2) = 0$

Calculez $f(0)$ si $f(2) \Rightarrow f(0) = a \cdot 0 + b \Rightarrow f(0) = b$

$$f(2) = a \cdot 2 + b \Rightarrow f(2) = 2a + b$$

Inlocuiesc pe $f(0)$ si $f(2)$ in primele 2 relatii \Rightarrow

$$\begin{cases} b = 4 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ 2a + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ 2a = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = -2 \end{cases}$$