L2. FUNCTIA DE GRADUL I - PROBLEME REZOLVATE

3) Fie funcția f:[0 ; 6]→ al carei grafic este reuniunea segmentelor [AB] și [BC] , unde A(0 ; 5) ; B(3 ; 2) ; C(6 ; 5).
a) Determinat functia f
b) Reprezentati grafic functia f
c) Aflati aria triunghiului ABC
d) Calculati f(0) + f(2) + f(4) + f(6)

REZOLVARE

a) *Scriu forma generala a functiei* **f(x) = ax + b**

Daca segmentul AB este inclus in graficul functiei $\Rightarrow$ punctele A si B apartin graficului.

$A(0; 5) \in Gf \Rightarrow f(0) = 5 \Rightarrow a\cdot 0 + b = 5 \Rightarrow \mathbf{b = 5}$

$B(3; 2) \in Gf \Rightarrow f(3) = 2 \Rightarrow a\cdot 3 + b = 2 \Rightarrow \mathbf{3a + b = 2}$

$$\begin{cases} b = 5 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=5 \\ 3a + 5 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ 3a = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{b = 5} \\ \mathbf{a = -1} \end{cases} \Rightarrow \mathbf{f(x) = -x + 5}$$

Daca segmentul BC este inclus in graficul functiei $\Rightarrow$ punctele B si C apartin graficului.

$B(3; 2) \in Gf \Rightarrow f(3) = 2 \Rightarrow a\cdot 3 + b = 2 \Rightarrow \mathbf{3a + b = 2}$

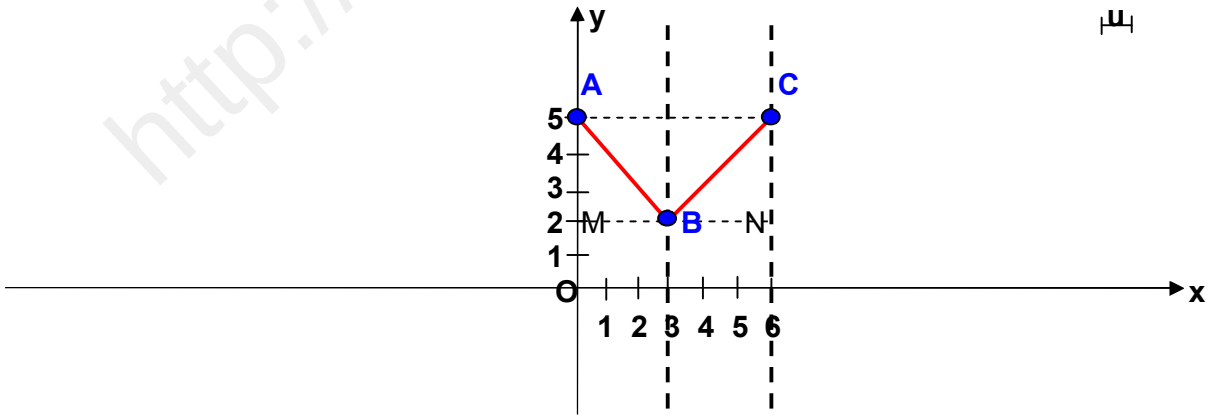
$C(6; 5) \in Gf \Rightarrow f(6) = 5 \Rightarrow a\cdot 6 + b = 5 \Rightarrow \mathbf{6a + b = 5}$

$$\begin{cases} 3a + b = 2 \ /\cdot(-1) \\ 6a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a - b = -2 \\ 6a + b = 5 \ (+) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 6\cdot 1 + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{a = 1} \\ \mathbf{b = -1} \end{cases} \Rightarrow \mathbf{f(x) = x - 1}$$

$3a \ / \ = 3 \Rightarrow a = 1$

Deci $\mathbf{f(x) = \begin{cases} -x + 5 \text{ daca } x\in[0 ; 3] \\ x - 1 \text{ daca } x\in[3; 6] \end{cases}}$

b) Deoarece cunosc punctele prin care trece graficul functiei, le reprezint in sistemul de axe xOy si trasez graficul.



http://eprofu.ro/matematica

c) *Din graficul functiei determin lungimile segmentelor AB; BC; AC*

$AB^2 = AM^2 + MB^2 \Rightarrow AB^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18 \Rightarrow AB = \sqrt{18} \Rightarrow$ **AB = 3√2 u**

$BC^2 = CN^2 + NB^2 \Rightarrow BC^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18 \Rightarrow BC = \sqrt{18} \Rightarrow$ **BC = 3√2 u**

In Δ ABC cu **AB = 3√2, BC = 3√2, AC = 6** se observa ca $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow$ **ΔABC dr. in B** $\Rightarrow$

$$\textbf{Aria } \Delta\textbf{ABC} = \frac{\textbf{AB} \cdot \textbf{AC}}{\textbf{2}} = \frac{3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}}{2} = 9 \Rightarrow \textbf{Aria } \Delta\textbf{ABC = 9 ua}$$

d) f(0) + f(2) + f(4) + f(6)

Pentru calculul valorilor f(0) si f(2) se utilizeaza functia f(x) = -x +5 $\Rightarrow$

f(0) = -0 + 5 = **5** ; **f(2)** = -2 +5 = **3**

Pentru calculul valorilor f(4) si f(6) se utilizeaza functia f(x) = x - 1 $\Rightarrow$

f(4) = 4 - 1 = **3** ; **f(6)** = 6 - 1 = **5**

f(0) + f(2) + f(4) + f(6) = 5 + 3 + 3 + 5 = 16 $\Rightarrow$ **f(0) + f(2) + f(4) + f(6) = 16**

4. Fie functia *f* :R→R, *f(x)* = 2ax - 3a + 1, unde *a* este un numar real.
a) Determinati *a* daca graficul functiei intersecteaza axa Ox in *a*.
b) Pentru *a* = 1, reprezentati grafic functia f, in sistemul de axe ortogonale *xOy*.
c) Pentru a = 1, calculati distanta de la origine la graficul functiei f.
d) Pentru *a* = 1, M si N sunt proiectiile punctelor D(-1 ; f(-1)) si E(2 ; f(2)) pe axa *Ox* a sistemului de axe ortogonale *xOy*. Calculati aria patrulaterului MEND.

REZOLVARE

a) Daca Gf ∩ Ox in ***a*** $\Rightarrow$ punctul B(a; 0) $\in$ Gf $\Rightarrow$ **f(a) = 0** (1)

Calculez f(a) $\Rightarrow$ f(a) = 2a·a - 3a +1 = $2a^2$ - 3a +1 $\Rightarrow$ **$f(a) = 2a^2 - 3a + 1$**

Inlocuiesc f(a) in relatia (1) $\Rightarrow$ $2a^2$ - 3a + 1 = 0 $\Rightarrow$ $2a^2$ - 2a - a + 1 = 0 $\Rightarrow$ 2a(a -1) - (a - 1) = 0 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ (a - 1)(2a - 1) = 0 $\Rightarrow$ a -1 = 0 $\Rightarrow$ **a = 1**

2a - 1 = 0 $\Rightarrow$ 2a = 1 $\Rightarrow$ **$a = \frac{1}{2}$**

b) Pentru a = 1 $\Rightarrow$ f(x) = 2·1·x - 3·1 + 1 = 2x - 3 + 1 = 2x - 2 $\Rightarrow$ **f(x) = 2x - 2**

Intocmesc tabelul de valori

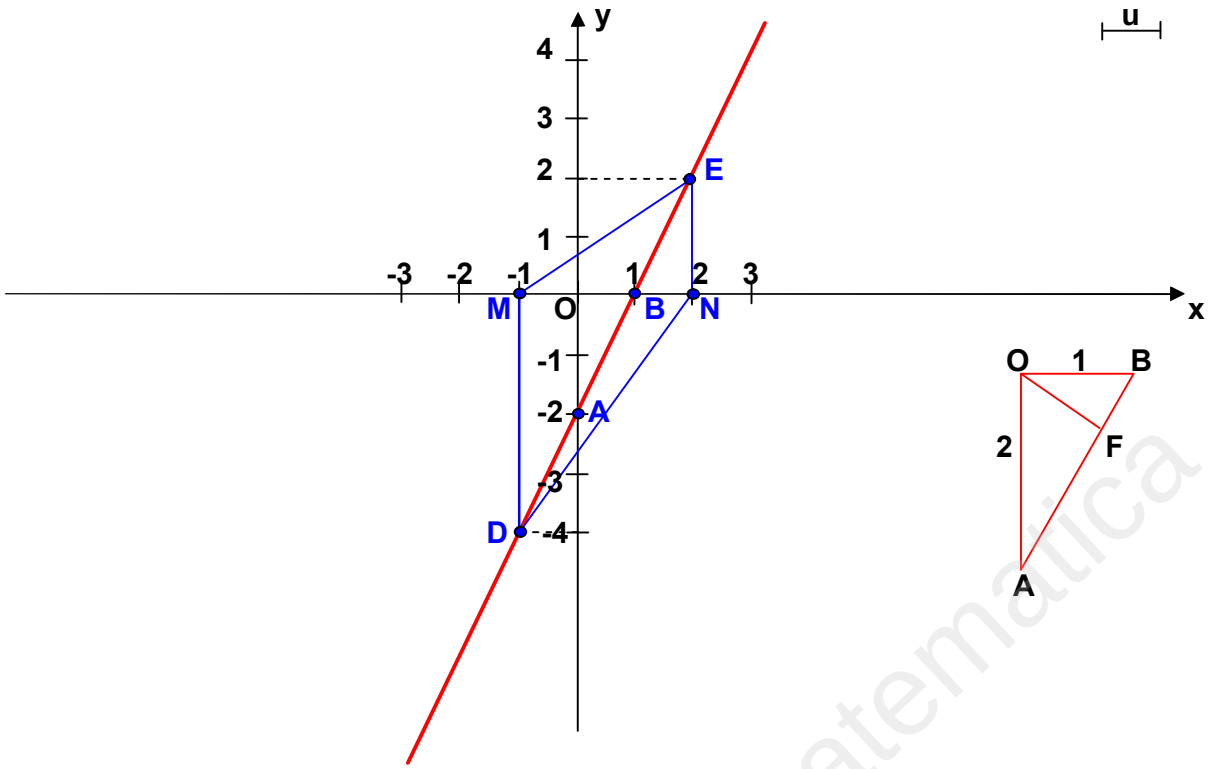
x	- ∞	0	1	+∞
f(x)		-2	0	
		A	B	

x = 0 $\Rightarrow$ f(0) = 2·0 - 2 = - 2 $\Rightarrow$ **f(0) = -2** $\Rightarrow$ **A(0; -2)**

f(x) = 0 $\Rightarrow$ 2x - 2 = 0 $\Rightarrow$ 2x = 2 $\Rightarrow$ **x = 1** $\Rightarrow$ **B(1; 0)**

http://eprofu.ro/matematica

Reprezint punctele in sistemul de axe xOy si trasez graficul functiei



c) In ΔAOB dr. in O, construiesc $OF \perp AB \Rightarrow$ **d(O; Gf) = OF**

In ΔAOB dr. in O $\Rightarrow AB^2 = OA^2 + OB^2 \Rightarrow AB^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow$ **AB =$\sqrt{5}$**

In ΔAOB dr. in O cu $OF \perp AB \Rightarrow OF = \frac{OA \cdot OB}{AB} \Rightarrow OF = \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow$ **$OF = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ u**

d) $f(-1) = 2\cdot(-1) - 2 = -2 - 2 = -4 \Rightarrow$ **f(-1) = - 4** $\Rightarrow$ **D(-1; - 4)**

$DM \perp Ox \Rightarrow$ **M(-1; 0) este proiectia punctului D pe axa Ox**

$f(2) = 2\cdot2 - 2 = 4 - 2 = 2 \Rightarrow$ **f(2) = 2** $\Rightarrow$ **E(2; 2)**

$EN \perp Ox \Rightarrow$ **N(2; 0) este proiectia punctului E pe axa Ox**

Aria patrulaterului MEND = Aria ΔDMN + Aria ΔENM

Aria ΔDMN $= \frac{|DM| \cdot |MN|}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} =$ **6 ua** ; **Aria ΔENM** $= \frac{|EN| \cdot |MN|}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} =$ **3 ua**

Aria patrulaterului MEND = 6 + 3 = 9 ua

http://edrofq.ro/matematica