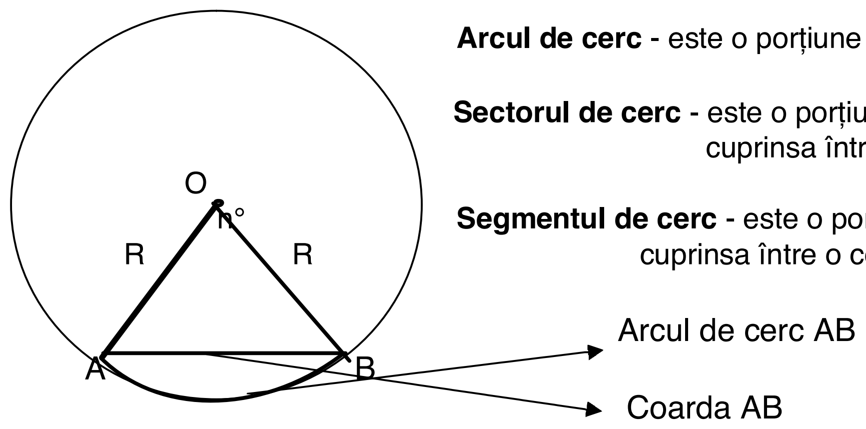
D. CERCUL

D1. Relații metrice în cerc.

• **Lungimea cercului $L = 2\cdot\pi\cdot R$; Aria discului $A = \pi\cdot R^2$** ***R = raza cercului***

• **Arcul de cerc ; sectorul de cerc ; segmentul de cerc.**



Arcul de cerc - este o porțiune din circumferinta cercului

Sectorul de cerc - este o porțiune din suprafata cercului cuprinsa între 2 raze și arcul corespunzător

Segmentul de cerc - este o porțiune din suprafata cercului cuprinsa între o coardă și arcul corespunzător

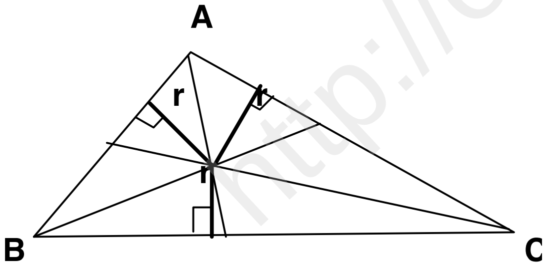
Pentru calculul acestor elemente se utilizează regula de trei simplă astfel:

•
$$\begin{array}{lcl} 360^\circ & \text{---------------------} & 2\pi R \\ n^\circ & \text{--------------------} & L_{arcAB} \end{array} \Rightarrow L_{arc\ AB} = \frac{2\pi R n^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi R n^\circ}{180^\circ}$$

•
$$\begin{array}{lcl} 360^\circ & \text{-------------------} & \pi R^2 \\ n^\circ & \text{--------------------} & S_{sector\ cerc} \end{array} \Rightarrow S_{sector} = \frac{\pi R^2 n^\circ}{360^\circ}$$

• $S_{segment\ cerc\ AB} = S_{sector\ cerc} - S_{\Delta AOB}$

D2. Calculul razei cercului înscris într-un triunghi oarecare

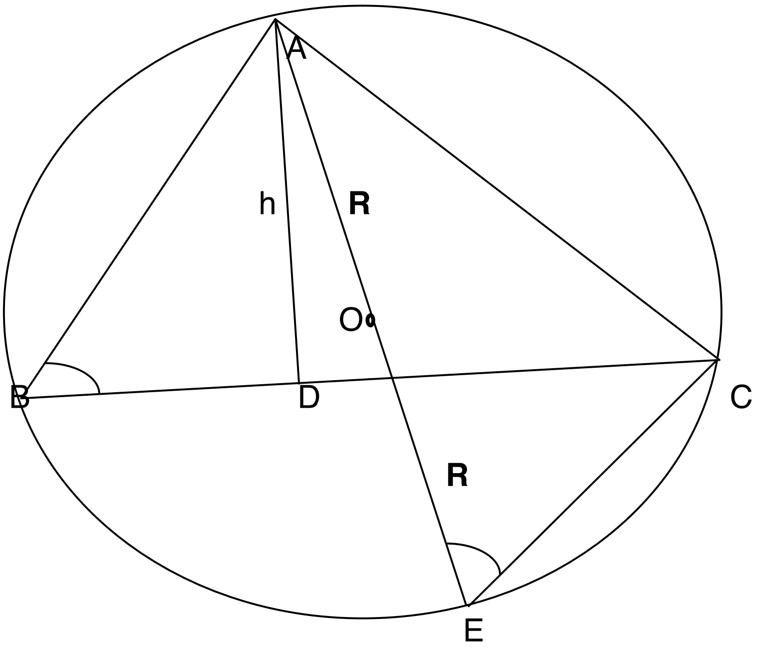


- se găsește centrul cercului înscris (la intersecția bisectoarelor)
- se duce din centru câte o perpendiculară pe fiecare latură **r**
- se scrie aria triunghiului ABC ca o sumă de trei arii astfel:

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta IAB} + S_{\Delta IBC} + S_{\Delta IAC} = \frac{r\cdot AB}{2} + \frac{r\cdot BC}{2} + \frac{r\cdot AC}{2} = \frac{r(AB+BC+AC)}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = r\cdot p \quad \left(p = \frac{AB+BC+AC}{2} = \text{semiperimetrul triunghiului}\right) \Rightarrow \mathbf{r = \frac{S}{p}}$$

D3. Calculul razei cercului circumscris unui triunghi oarecare.

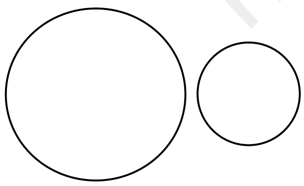


- se construiește un cerc și i se înscrie un triunghi
- se duce din vârful A al triunghiului ABC diametrul cercului AE și se unește E cu C obținându-se triunghiul dreptunghic **ACE** (triunghi înscris în semicerc)
- se duce din A înălțimea h a triunghiului ABC obținându-se triunghiul dreptunghic **ADB**
- se observă că triunghiurile **ADB** și **ACE** sunt asemenea cazul **UU** :
  - $\angle C = \angle D = 90^\circ$
  - $\angle B = \angle E$ (subîntind același arc)
- se scrie raportul de asemănare al laturilor

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \frac{2R}{AB} = \frac{AC}{h} \Rightarrow 2R\cdot h = AB\cdot AC \Rightarrow \mathbf{R} = \frac{AB\cdot AC}{2h} \quad \text{dar } S\Delta = \frac{BC\cdot h}{2} \Rightarrow \mathbf{h} = \frac{2S}{BC}$$

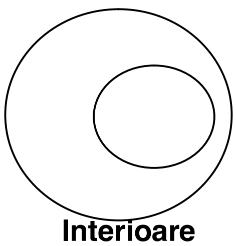
se înlocuiește **h** în relația lui **R** $\Rightarrow R = \dfrac{AB\cdot AC}{2\cdot \dfrac{2S}{BC}} \Rightarrow \mathbf{R = \dfrac{AB\cdot AC\cdot BC}{4S_{\Delta}}}$

D4. Poziția relativă a două cercuri



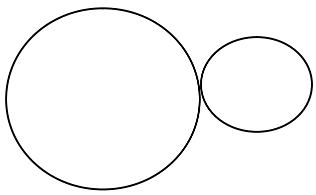
Exterioare

$d > R + r$



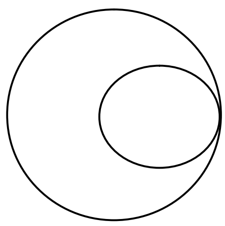
Interioare

$d < R - r$



Tangente exterior

$d = R + r$



Tangente interior

$d = R - r$