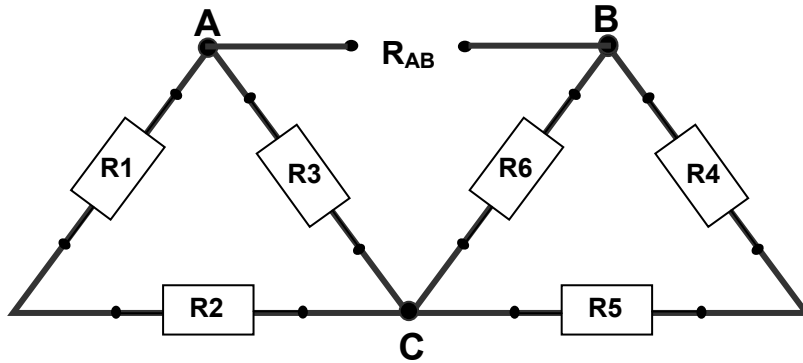


1.6. REȚELE DE REZISTOARE. APLICAȚII.

a. Determinarea rezistenței echivalente a unei rețele de rezistoare simplă.



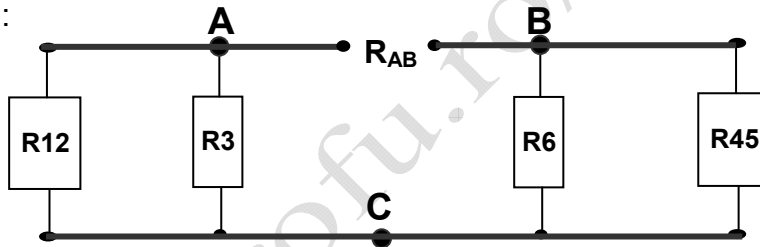
OBSERVAȚIE: Calculez rezistența echivalentă a câte 2 rezistoare care nu au ambele capete în noduri de rețea (în cazul nostru punctele **A**, **B**, **C** sunt noduri de rețea deoarece la ele sunt conectate mai mult de 2 conductoare).

- Calculez rezistența echivalentă a rezistoarelor **R1** și **R2** (conectate în **serie**) și rezistența echivalentă a rezistoarelor **R4** și **R5** (conectate în **serie**).

$$(1) R_{12} = R_1 + R_2$$

$$(2) R_{45} = R_4 + R_5$$

- În schema inițială rezistoarele **R1** și **R2** sunt înlocuite de rezistența echivalentă **R12**, iar rezistoarele **R4** și **R5** sunt înlocuite de rezistența echivalentă **R45** și schema arată astfel:

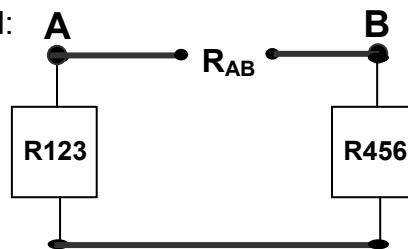


- Calculez rezistența echivalentă a rezistoarelor **R12** și **R3** (conectate în **paralel**) și a rezistoarelor **R45** și **R6** (conectate în **paralel**).

$$(3) R_{12-3} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3}$$

$$(4) R_{45-6} = \frac{R_{45} \cdot R_6}{R_{45} + R_6}$$

- În schema precedentă rezistoarele **R12** și **R3** sunt înlocuite de rezistența echivalentă **R123**, iar rezistoarele **R45** și **R6** sunt înlocuite de rezistența echivalentă **R456** și schema arată astfel:



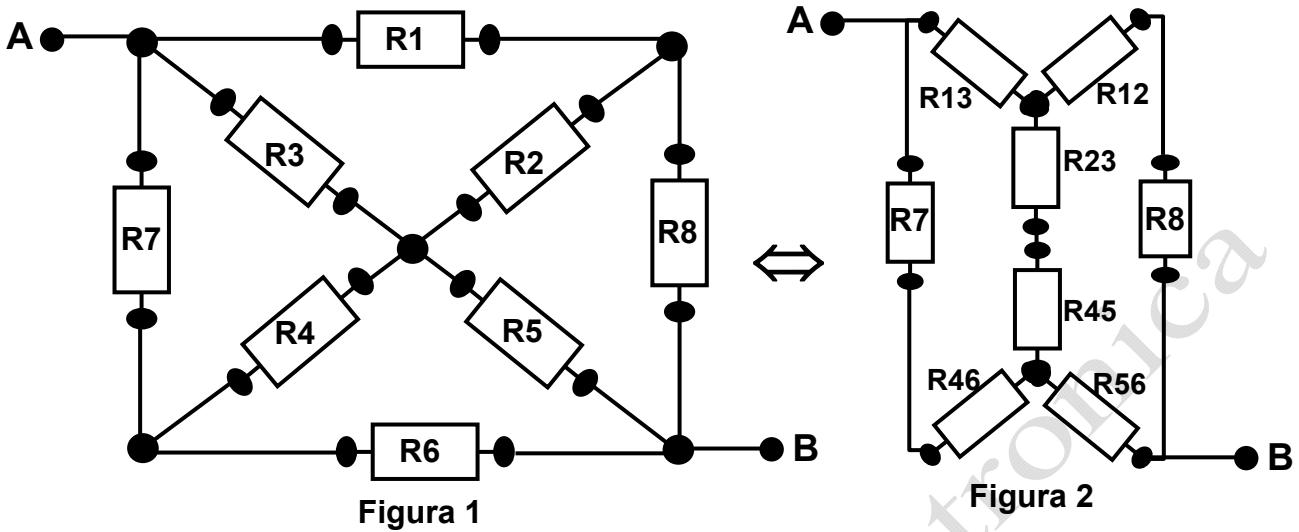
- Calculez rezistența echivalentă a rezistoarelor **R123** și **R456** (conectate în **serie**)

$$(5) R_{AB} = R_{123} + R_{456}$$

b. Determinarea rezistenței echivalente a unei rețele de rezistoare complexă.

Pentru rețeaua din figura 1 trebuie calculată rezistența echivalentă între punctele **A** și **B**.

Pentru a simplifica calculele consider ca toate rezistoarele din rețeaua de mai jos au aceeași valoare $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R_6=R_7=R_8=R$.

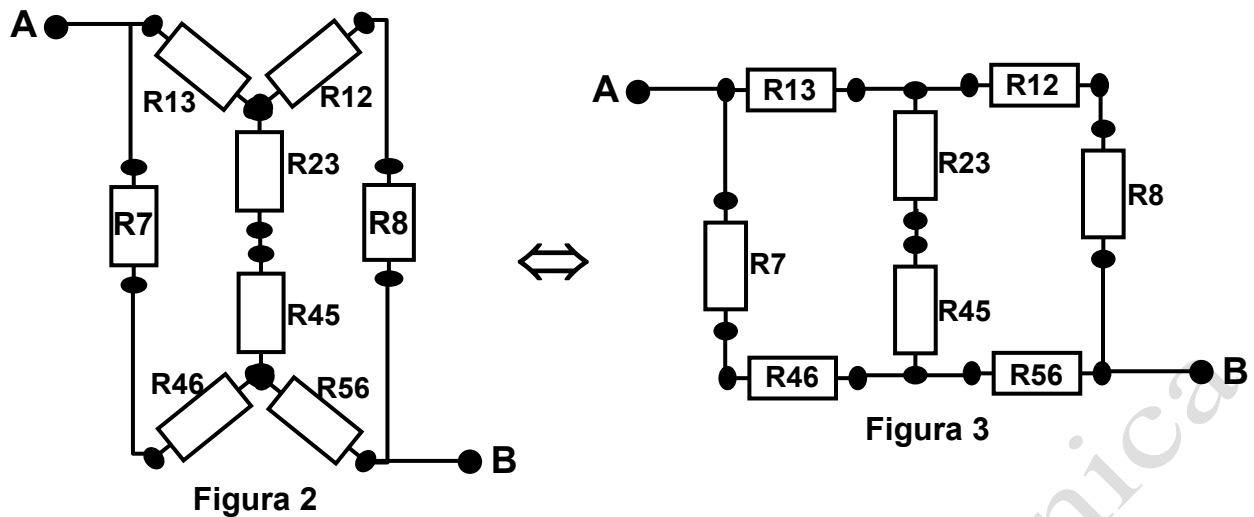


- În prima etapă **transform** *triunghiul* format din rezistoarele **R1, R2, R3** în *stea* și *triunghiul* format din rezistoarele **R4, R5, R6** în *stea*, apoi calculez rezistențele echivalente. În urma acestor transformări se obține rețeaua din figura 2.

$$(1) \left\{ \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \\ R_{13} &= \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \\ R_{23} &= \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \end{aligned} \right.$$

$$(2) \left\{ \begin{aligned} R_{45} &= \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \\ R_{46} &= \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \\ R_{56} &= \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} \end{aligned} \right.$$

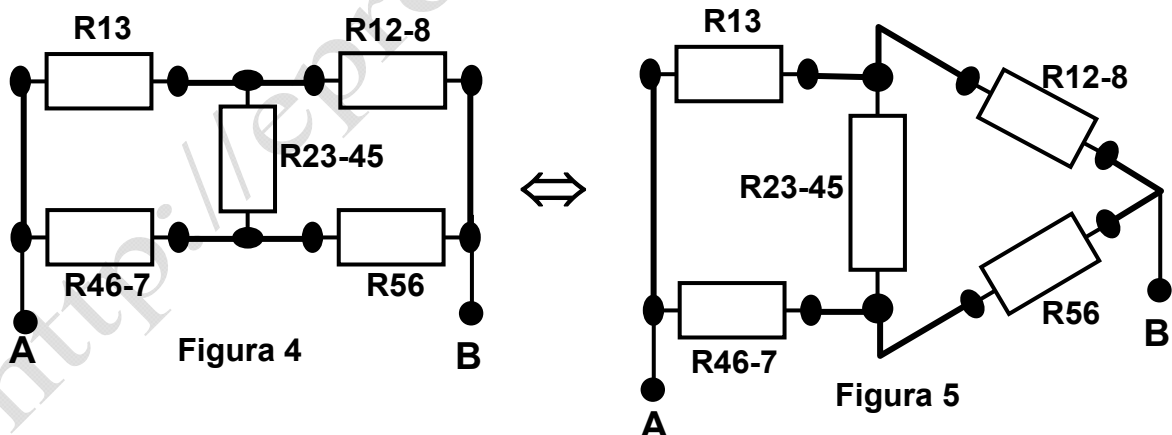
Prin aranjarea rezistoarelor în rețeaua din figura 2 se obține rețeaua din figura 3.



- În rețeaua din figura 3 grupez și calculez rezistența echivalentă a următoarelor rezistoare(serie): **R12 și R8** ; **R23 și R45** ; **R46 și R7**. Se obține rețeaua din fig. 4.

$$(3) \begin{cases} R_{12-8} = R_{12} + R_8 = \frac{R}{3} + R = \frac{4R}{3} \\ R_{23-45} = R_{23} + R_{45} = \frac{R}{3} + \frac{R}{3} = \frac{2R}{3} \\ R_{46-7} = R_{46} + R_7 = \frac{R}{3} + R = \frac{4R}{3} \end{cases}$$

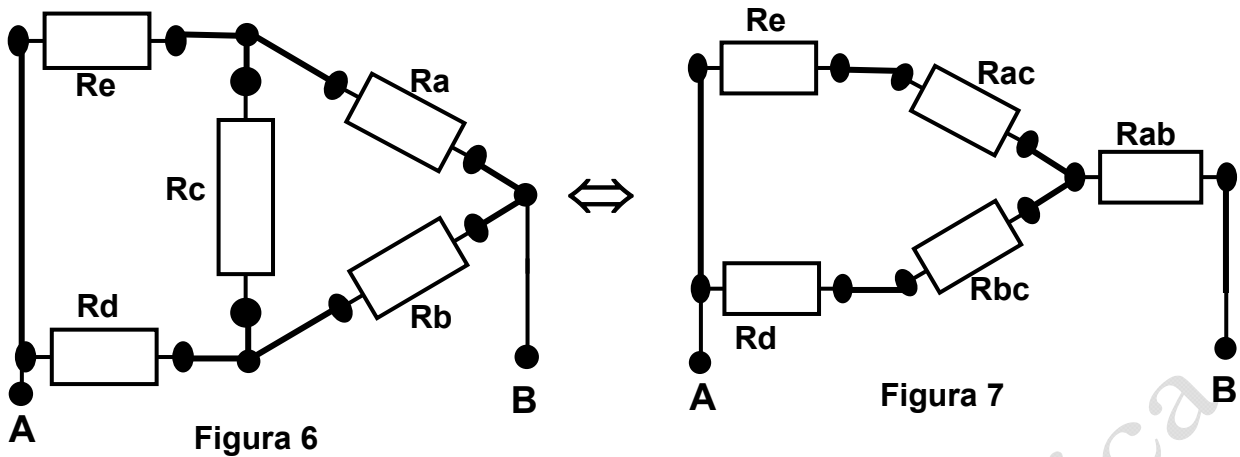
Rețeaua din figura 4 este echivalentă cu rețeaua din figura 5.



- Pentru a ușura calculul voi redenumii rezistoarele din figura 5 (păstrând valorile lor) astfel:

$$(4) \begin{cases} R_{12-8} = R_a = \frac{4R}{3} & R_{56} = R_b = \frac{R}{3} & R_{23-45} = R_c = \frac{2R}{3} \\ R_{46-7} = R_d = \frac{4R}{3} & R_{13} = R_e = \frac{R}{3} \end{cases}$$

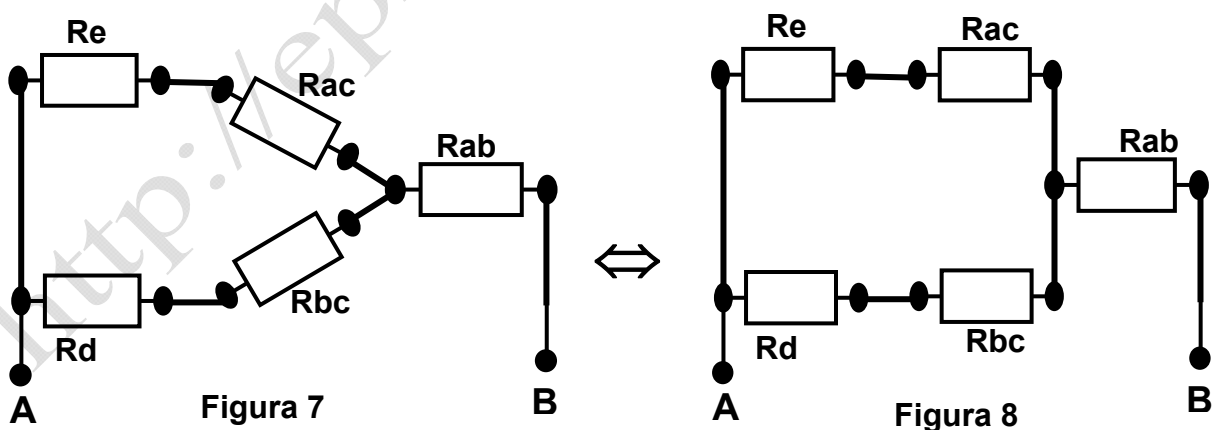
După redenumirea rezistoarelor rețeaua arată ca în figura 6.



➤ Transform triunghiul format de rezistențele R_a , R_b , R_c în stea, apoi calculez rezistențele echivalente. În urma acestor transformări se obține rețeaua din figura 7.

$$(5) \left\{ \begin{aligned} R_{ab} &= \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c} = \frac{\frac{4R}{3} \cdot \frac{R}{3}}{\frac{4R}{3} + \frac{R}{3} + \frac{2R}{3}} = \frac{4R^2}{9} \cdot \frac{3}{7R} = \frac{4R}{21} \\ R_{ac} &= \frac{R_a \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{\frac{4R}{3} \cdot \frac{2R}{3}}{\frac{4R}{3} + \frac{R}{3} + \frac{2R}{3}} = \frac{8R^2}{9} \cdot \frac{3}{7R} = \frac{8R}{21} \\ R_{bc} &= \frac{R_b \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{\frac{R}{3} \cdot \frac{2R}{3}}{\frac{4R}{3} + \frac{R}{3} + \frac{2R}{3}} = \frac{2R^2}{9} \cdot \frac{3}{7R} = \frac{2R}{21} \end{aligned} \right.$$

Rețeaua din figura 7 este echivalentă cu rețeaua din figura 8.



➤ În rețeaua din figura 8 grupez și calculez rezistența echivalentă a următoarelor rezistoare: R_{ac} și R_e (serie), R_{bc} și R_d (serie), obținând rețeaua din figura 9.

$$(6) \left\{ \begin{aligned} R_{e-ac} &= R_e + R_{ac} = \frac{R}{3} + \frac{8R}{21} = \frac{15R}{21} = \frac{5R}{7} \\ R_{d-bc} &= R_d + R_{bc} = \frac{4R}{3} + \frac{2R}{21} = \frac{30R}{21} = \frac{10R}{7} \end{aligned} \right.$$

- În rețeaua din figura 9 grupez și calculez rezistența echivalentă a rezistoarelor **Re-ac** și **Rd-bc** (paralel) și obțin rețeaua din figura 10, în care calculez rezistența echivalentă **R_{AB}**.

$$(7) R_{eac-dbc} = \frac{R_{eac} \cdot R_{dbc}}{R_{eac} + R_{dbc}} = \frac{\frac{5R}{7} \cdot \frac{10R}{7}}{\frac{5R}{7} + \frac{10R}{7}} = \frac{50R^2}{49} \cdot \frac{7}{15R} = \frac{10R}{21}$$

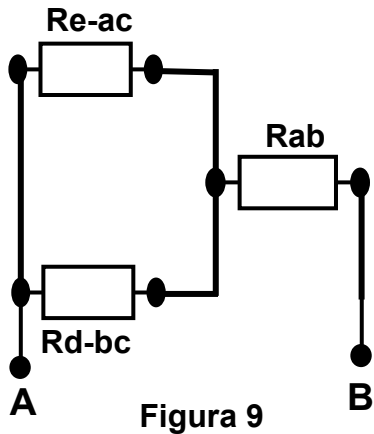


Figura 9

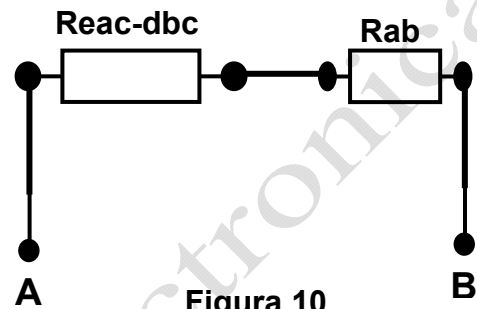


Figura 10

$$(8) R_{AB} = R_{eac-dbc} + R_{ab} = \frac{10R}{21} + \frac{4R}{21} = \frac{14R}{21} = \frac{2R}{3}$$

$$R_{AB} = \frac{2R}{3}$$