

## 1.3. OPERAȚII CU NUMERE NEZECIMALE

### 1.3.1 OPERAȚII CU NUMERE BINARE

#### A. ADUNAREA NUMERELOR BINARE

Reguli de bază:

- $0 + 0 = 0$  transport 0
- $0 + 1 = 1$  transport 0
- $1 + 0 = 1$  transport 0
- $1 + 1 = 0$  transport 1

Pentru a aduna două numere binare se adună între ei biții numerelor (începând de la dreapta la stânga) iar la acest rezultat se adaugă transportul (care poate fi 0 sau 1) conform regulilor de mai sus.

#### Exemple de adunări cu numere binare

|           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Transport | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| A         | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| B         | + | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| A+B       |   | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Algoritmul de realizare a adunării de mai sus:

- Se adună biții de pe prima coloană din dreapta. Rezultatul se trece sub coloană iar transportul deasupra celei de-a doua coloane din dreapta.
- Se adună biții de pe a doua coloană din dreapta. Rezultatul se adună cu transportul de deasupra coloanei apoi se trece rezultatul obținut sub coloană iar transportul se trece deasupra celei de-a treia coloane din dreapta.
- Se continuă adunarea după acest algoritm până se ajunge la prima coloana din stânga.

$0 + 0 = 0$  transport 0 la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 0 + 0 = 0$

$1 + 0 = 1$  transport 0 la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 1 + 0 = 1$

$1 + 1 = 0$  transport 1 la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 0 + 0 = 0$

$0 + 1 = 1$  transport 1 la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 1 + 1 = 0$

$1 + 0 = 1$  transport 1 la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 1 + 1 = 0$

$0 + 1 = 1$  transport 1 la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 1 + 1 = 0$

$0 + 0 = 0$  transport 1 la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 0 + 1 = 1$

$1 + 0 = 1$  transport 0 la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 1 + 0 = 1$

$1 + 1 = 0$  transport 0 la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 0 + 0 = 0$

$1 + 1 = 0$  transport 1 la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 0 + 1 = 1$

la rezultatul adunării se adună transportul  $\Rightarrow 0 + 1 = 1$

|                  |   |          |          |          |          |          |          |          |          |
|------------------|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Transport</b> |   | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> |
| A                |   | 0        | 1        | 0        | 0        | 1        | 1        | 0        | 0        |
| B                | + | 1        | 0        | 0        | 1        | 0        | 0        | 0        | 1        |
| A + B            |   | 1        | 1        | 0        | 1        | 1        | 1        | 0        | 1        |

|                  |   |          |          |          |          |          |          |          |          |
|------------------|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Transport</b> |   | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> |
| A                |   | 0        | 1        | 1        | 1        | 1        | 1        | 1        | 1        |
| B                | + | 0        | 0        | 1        | 1        | 1        | 1        | 1        | 1        |
| A + B            |   | 1        | 0        | 1        | 1        | 1        | 1        | 1        | 0        |

## B. SCĂDEREA NUMERELOR BINARE

Reguli de bază:

- $0 - 0 = 0$  împrumut 0
- $1 - 0 = 1$  împrumut 0
- $1 - 1 = 0$  împrumut 0
- $0 - 1 = 1$  împrumut 1

Pentru a scăde două numere binare se scad între ei biții numerelor (începând de la dreapta la stânga) iar din acest rezultat se scade împrumutul (care poate fi 0 sau 1) conform regulilor de mai sus.

### Exemple de scăderi cu numere binare

|                  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| <b>Transport</b> |   | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| A                |   | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| B                | - | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| A - B            |   | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Algoritmul de realizare a scăderii de mai sus:

- Se scad din biții numărului A biții numărului B de pe prima coloană din dreapta. Rezultatul se trece sub coloană iar împrumutul deasupra celei de-a doua coloane din dreapta.
- Se scad biții de pe a doua coloană din dreapta. Din rezultat se scade împrumutul de deasupra coloanei apoi se trece rezultatul obținut sub coloană iar împrumutul se trece deasupra celei de-a treia coloane din dreapta.
- Se continuă scăderea după acest algoritm până se ajunge la prima coloana din stânga.

|                 |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Împrumut</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> |
| <b>A</b>        |          | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> |
| <b>B</b>        | <b>-</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> |
| <b>A - B</b>    |          | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> |

|                 |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Împrumut</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> |
| <b>A</b>        |          | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> |
| <b>B</b>        | <b>-</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> |
| <b>A - B</b>    |          | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> |

|                 |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Împrumut</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> |
| <b>A</b>        |          | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> |
| <b>B</b>        | <b>-</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> |
| <b>A - B</b>    |          | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> |

|                 |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Împrumut</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> |
| <b>A</b>        |          | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> |
| <b>B</b>        | <b>-</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> |
| <b>A + B</b>    |          | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> |

## C. ÎNMULȚIREA NUMERELOR BINARE

Reguli de bază:

- $0 \times 0 = 0$
- $1 \times 0 = 0$
- $0 \times 1 = 0$
- $1 \times 1 = 1$

Pentru a înmulți două numere binare A (deînmulțit) și B(înmulțitor) se procedează exact ca la înmulțirea a două numere zecimale:

- Se înmulțește pe rând fiecare cifră a înmulțitorului cu cifrele deînmulțitului
- Se scriu rezultatele obținute unul sub altul decalându-le cu o unitate spre stânga
- Se adună pe verticală cifrele rezultatelor fiecărei înmulțiri **respectând regulile de adunare a numerelor binare**

### Exemple de înmulțiri a numerelor binare

|  |  |
|--|--|
| $\begin{array}{r} 51 \\ \times 13 \\ \hline 153 \\ + 51 \\ \hline 663 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 110011 \text{ deînmulțit} \\ \times \quad 1101 \text{ înmulțitor} \\ \hline 110011 \\ 000000 \\ 110011 \\ + 110011 \\ \hline 1010010111 \text{ PRODUS} \end{array}$ <p style="text-align: right;">} produse parțiale care se adună</p> |
|--|--|

|   |  |
|---|--|
| $\begin{array}{r} 125 \\ \times 24 \\ \hline 500 \\ 250 \\ \hline 3000 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 1111101 \text{ deînmulțit} \\ \times \quad 11000 \text{ înmulțitor} \\ \hline 0000000 \\ 0000000 \\ 0000000 \\ 1111101 \\ 1111101 \\ \hline 101110111000 \end{array}$ <p style="text-align: right;">} produse parțiale care se adună</p> |
|---|--|

## D. ÎMPĂRȚIREA NUMERELOR BINARE

Algoritmul de împărțire a două numere binare are la bază metoda împărțirii a două numere întregi. Fiind dat deîmpărțitul  $D$  și împărțitorul  $\hat{I}$ , pentru operația de împărțire trebuie să se determine câtul  $C$  și restul  $R$ , astfel încât să fie satisfăcută relație:

$$D = \hat{I} \times C + R$$

Operația de împărțire în cazul numerelor binare, se va reduce la o serie de scăderi ale împărțitorului din restul parțial ținând cont de următoarele reguli:

- Dacă **restul este mai mare decât împărțitorul câtul este 1**
- Dacă **restul este mai mic decât împărțitorul câtul este 0**

La efectuarea scăderilor **se respectă regulile de scăderea a numerelor binare.**

### Exemple de împărțire a numerelor binare

$$\begin{array}{r|l} 147 & 11 \\ \hline 11 & 13 - \text{CĂT} \\ \hline 37 & \\ \hline 33 & \\ \hline & 4 - \text{REST} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 10010011 & 1011 \\ \hline 1011 & \downarrow \\ \hline 01110 & \downarrow \\ \hline 1011 & \downarrow \\ \hline 001111 & \\ \hline & 1011 \\ \hline & 0100 - \text{REST} \end{array}$$

Algoritmul împărțirii deîmpărțitului  $10010011$  la împărțitorul  $1011$ :

- Deoarece împărțitorul  $1011$  este mai mare decât primii 4 biți ai deîmpărțitului  $1001$  împărțitorul se va împărții la primii 5 biți ai deîmpărțitului  $10010$ .  
Deoarece  $10010$  este mai mare decât  $1011$  **primul bit al câtului este 1**
- Înmulțim câtul 1 cu împărțitorul  $1011$  și trecem rezultatul în stânga sub primii 5 biți ai deîmpărțitului
- Scădem  $1011$  din  $10010$  (respectând regulile scăderii în binar) și obținem restul  $111$
- Coborâm bitul deîmpărțitului, care este  $0$  (vezi săgeata) și obținem restul  $1110$
- Deoarece restul  $1110$  este mai mare decât împărțitorul  $1011$  câtul este  $1$ .  
Deci **al doilea bit al câtului este 1.**
- Înmulțim câtul 1 cu împărțitorul  $1011$  și trecem rezultatul în stânga sub restul  $1110$
- Scădem  $1011$  din  $1110$  (respectând regulile scăderii în binar) și obținem restul  $11$
- Coborâm bitul deîmpărțitului, care este  $1$  (vezi săgeata) și obținem restul  $111$
- Deoarece restul  $111$  este mai mic decât împărțitorul  $1011$  câtul este  $0$ .  
Deci **al treilea bit al câtului este 0**
- Coborâm bitul deîmpărțitului, care este  $1$  (vezi săgeata) și obținem restul  $1111$
- Deoarece restul  $1111$  este mai mare decât împărțitorul  $1011$  câtul este  $1$   
Deci **al patrulea bit al câtului este 1**
- Înmulțim câtul 1 cu împărțitorul  $1011$  și trecem rezultatul în stânga sub restul  $1111$
- Scădem  $1011$  din  $1111$  (respectând regulile scăderii în binar) și obținem **restul 100.**

$$\begin{array}{r|l}
 217 & 11 \\
 \hline
 11 & \mathbf{19 - C\text{ÂT}} \\
 107 & \\
 \hline
 99 & \\
 \hline
 \mathbf{8 - REST} & 
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 11011001 & 1011 \\
 \hline
 1011 & \mathbf{10011 - C\text{ÂT}} \\
 0010100 & \\
 \hline
 & 1011 \\
 & \downarrow \\
 010011 & \\
 \hline
 & 1011 \\
 & \downarrow \\
 \mathbf{01000 - REST} & 
 \end{array}$$

Algoritmul împărțirii deîmpărțitului **1101100** la împărțitorul **1011**:

- Deoarece numărul format din primii 4 biți ai deîmpărțitului **1101** este mai mare decât **1011** *primul bit al câtului este 1*
- Înmulțim câtul **1** cu împărțitorul **1011** și trecem rezultatul în stânga sub primii 4 biți ai deîmpărțitului
- Scădem **1011** din **1101** (respectând regulile scăderii în binar) și obținem restul **10**
- Coborâm bitul deîmpărțitului, care este **1** (vezi săgeata) și obținem restul **101**
- Deoarece restul **101** este mai mic decât împărțitorul **1011** câtul este **0**.  
Deci *al doilea bit al câtului este 0*
- Coborâm bitul deîmpărțitului, care este **0** (vezi săgeata) și obținem restul **1010**
- Deoarece restul **1010** este mai mic decât împărțitorul **1011** câtul este **0**.  
Deci *al treilea bit al câtului este 0*
- Coborâm bitul deîmpărțitului, care este **0** (vezi săgeata) și obținem restul **10100**
- Deoarece restul **10100** este mai mare decât împărțitorul **1011** câtul este **1**  
Deci *al patrulea bit al câtului este 1*
- Înmulțim câtul **1** cu împărțitorul **1011** și trecem rezultatul în stânga sub restul **10100**
- Scădem **1011** din **10100** (respectând regulile scăderii) și obținem restul **1001**
- Coborâm bitul deîmpărțitului, care este **1** (vezi săgeata) și obținem restul **10011**
- Deoarece restul **10011** este mai mare decât împărțitorul **1011** câtul este **1**  
Deci *al cincilea bit al câtului este 1*
- Înmulțim câtul **1** cu împărțitorul **1011** și trecem rezultatul în stânga sub restul **10011**
- Scădem **1011** din **10011** (respectând regulile scăderii) și obținem **restul 1000**.

## 1.3.2 OPERAȚII CU NUMERE OCTALE ȘI HEXAZECIMALE

### A. ADUNAREA NUMERELOR OCTALE

Reguli:

- Adunarea se face ca în sistemul zecimal, prin scrierea numerelor unul sub altul
- Dacă prin adunarea caracterelor de pe o coloana se depășește valoarea 7 numărul obținut se scrie ca o sumă de 2 numere (un număr reprezintă baza sistemului adică 8 iar celălalt reprezintă valoarea cu care s-a depășit baza) astfel:  
 $8 = 8 + 0$  ;  $9 = 8 + 1$  ;  $10 = 8 + 2$  ; .....  $14 = 8 + 6$
- Numărul care reprezintă **baza** (care are valoarea în octal 1) **se transportă** deasupra următoarei coloane din stânga.
- Suma cifrelor de pe coloana respectivă se adună cu transportorul de deasupra coloanei care **ATENȚIE!** are valoarea 1.
- Numărul care reprezintă **valoarea cu care s-a depășit baza** este **rezultatul adunării** de pe coloana respectivă în cazul în care suma numerelor de pe coloana respectivă este mai mare decât 7.
- Dacă suma numerelor de pe o coloană este mai mică sau egală cu 7, rezultatul obținut reprezintă **rezultatul adunării** de pe coloana respectivă.

#### Exemple de adunare a două numere octale

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 0 \\ 3 \quad 7 \quad 2 \quad 1_8 \\ + 1 \quad 3 \quad 6 \quad 4_8 \\ \hline (5+0) \quad (8+3) \quad (8+0) \quad (5+0) \\ 5 \quad 3 \quad 0 \quad 5_8 \end{array} \quad 3721_8 + 1363_8 = 5305_8$$

$$1 + 4 = 5 \text{ transport } 0$$

⇒ prima cifră (din dreapta) este 5

$$2 + 6 + 0 = 8 = 8 + 0 = 0 \text{ transport } 1$$

⇒ a doua cifră este 0

$$7 + 3 + 1 = 11 = 8 + 3 = 3 \text{ transport } 1$$

⇒ a treia cifră este 3

$$3 + 1 + 1 = 5 \text{ transport } 0$$

⇒ a patra cifră este 5

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \quad 7 \quad 0 \quad 2_8 \\ + 2 \quad 1 \quad 3 \quad 1_8 \\ \hline 4 \quad 0 \quad 3 \quad 3_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ 5 \quad 7 \quad 5_8 \\ + 2 \quad 7 \quad 6_8 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 7 \quad 3_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 2 \quad 7_8 \\ + 7 \quad 7_8 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 6_8 \end{array}$$





