

## 3.2. IMPLEMENTAREA FUNCȚIILOR LOGICE CU PORȚI LOGICE

### 3.2.1 ANALIZA CIRCUITELOR LOGICE

La **analiza** circuitelor logice se pleacă de la schema circuitului logic (care se cunoaște) și se urmărește stabilirea expresiei funcției sau funcțiilor logice (care se determină) corespunzătoare circuitului.

Prin analiza circuitelor logice se poate determina și tabela de adevăr corespunzătoare circuitului logic respectiv.

Determinarea expresiei funcției logice de ieșire se face parcurgând schema de la stânga spre dreapta prin scrierea expresiilor de la ieșirea porților logice care formează circuitul respectiv din aproape în aproape.

Pentru a înțelege mai bine în cele ce urmează sunt prezentate câteva exemple.

**EXEMPLUL 1.** Pornind de la schema logică din **figura 3.2.1** să se determine expresia analitică a funcției de ieșire a circuitului.

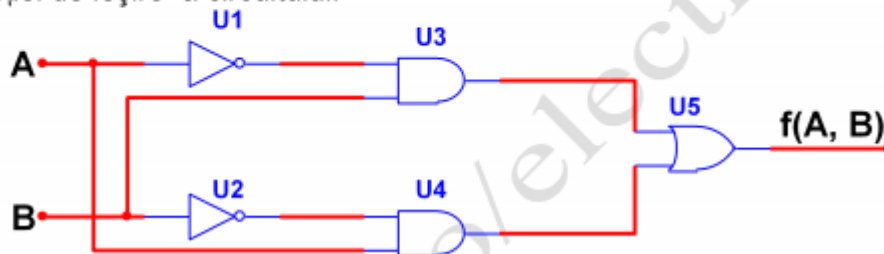


Figura 3.2.1 Schemă logică cu porți elementare

#### REZOLVARE

În **figura 3.2.2** sunt prezentate expresiile logice de la ieșirea fiecărei porți logice din circuit

1. Expresia logică la ieșirea porții U1 (NOT) este  $\bar{A}$
2. Expresia logică la ieșirea porții U2 (NOT) este  $\bar{B}$
3. Expresia logică la ieșirea porții U3 (AND) este  $\bar{A} \cdot B$
4. Expresia logică la ieșirea porții U4 (AND) este  $\bar{B} \cdot A$
5. Expresia logică la ieșirea porții U5 (OR) este  $\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$
6. Expresia analitică a funcției de ieșire este  $f = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$

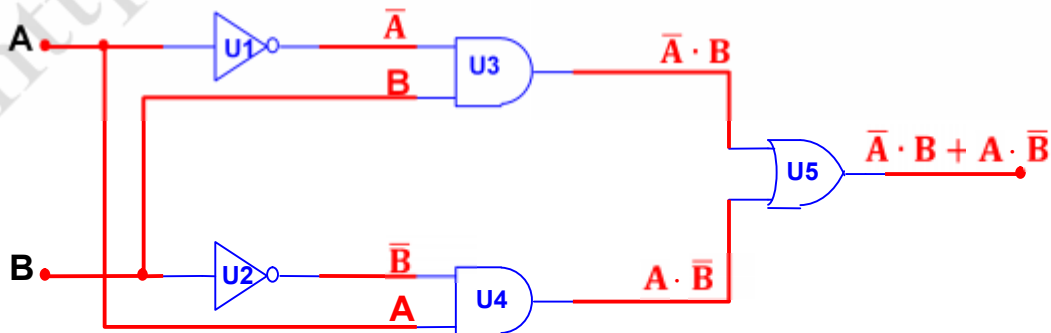
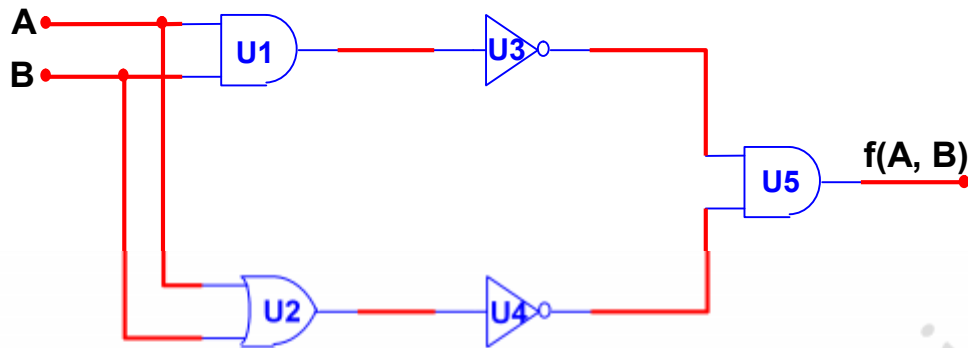


Figura 3.2.2 Schemă logică cu porți elementare și expresiile funcțiilor de ieșire

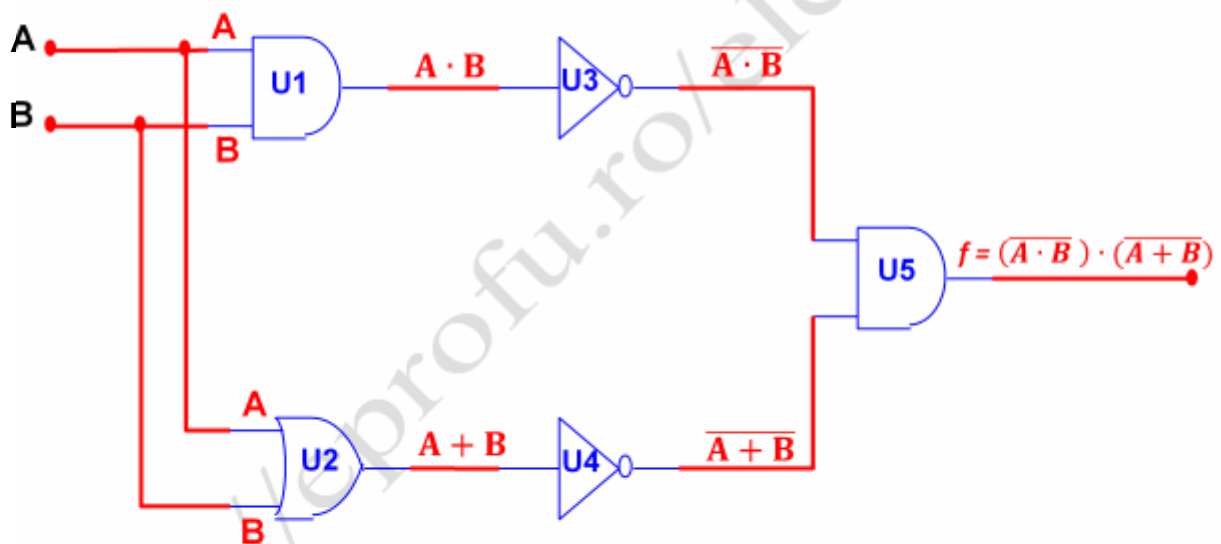
**EXEMPLUL 2.** Pornind de la schema logică din **figura 3.2.3** să se determine expresia analitică a funcției de ieșire a circuitului.



**Figura 3.2.3** Schemă logică cu porți elementare

### REZOLVARE

În **figura 3.2.4** sunt prezentate expresiile logice de la ieșirea fiecărei porți logice din circuit



**Figura 3.2.4** Schemă logică cu porți elementare și expresiile funcțiilor de ieșire

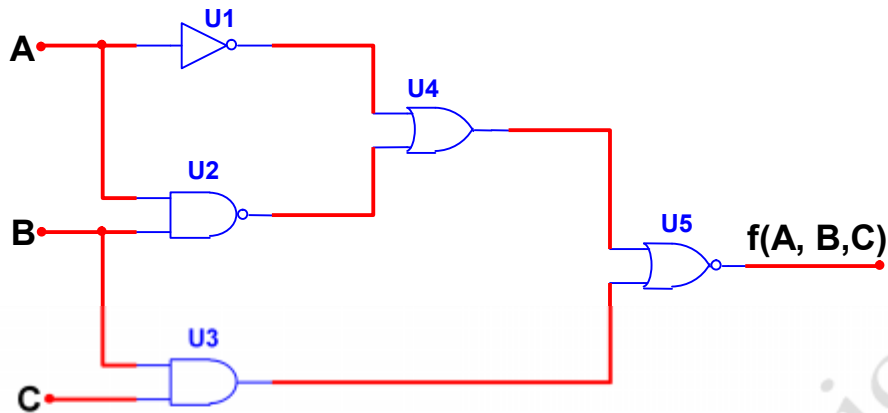
Expresia analitică a funcției logice de ieșire este  $f = (\overline{A \cdot B}) \cdot \overline{(A + B)}$

Funcția se aduce la o formă mai simplă aplicând axiomele și teoremele algebrei logice:

$$f = (\overline{A \cdot B}) \cdot \overline{(A + B)} = (\overline{A + B}) \cdot \overline{A \cdot B} = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{B} \cdot \overline{A} = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Forma finală a expresiei analitice a funcției de ieșire este  $f = \overline{A} \cdot \overline{B}$

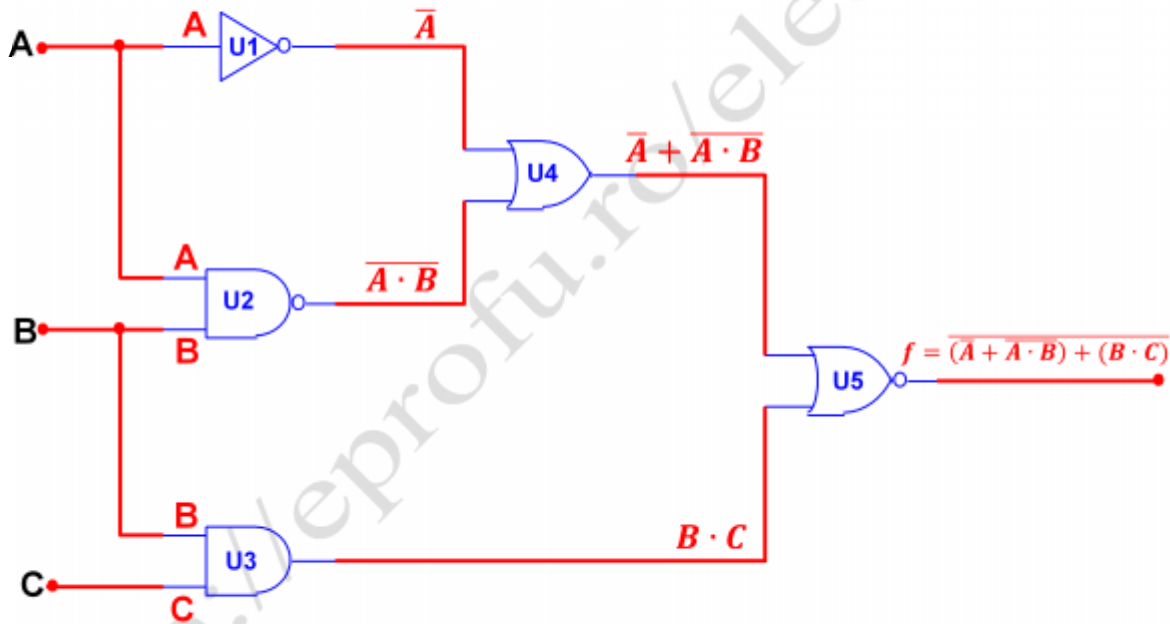
**EXEMPLUL 3.** Pornind de la schema logică din **figura 3.2.5** să se determine expresia analitică a funcției de ieșire a circuitului.



**Figura 3.2.5** Schemă logică cu porți elementare

### REZOLVARE

În **figura 3.2.6** sunt prezentate expresiile logice de la ieșirea fiecărei porți logice din circuit



**Figura 3.2.6** Schemă logică cu porți elementare și expresiile funcțiilor de ieșire

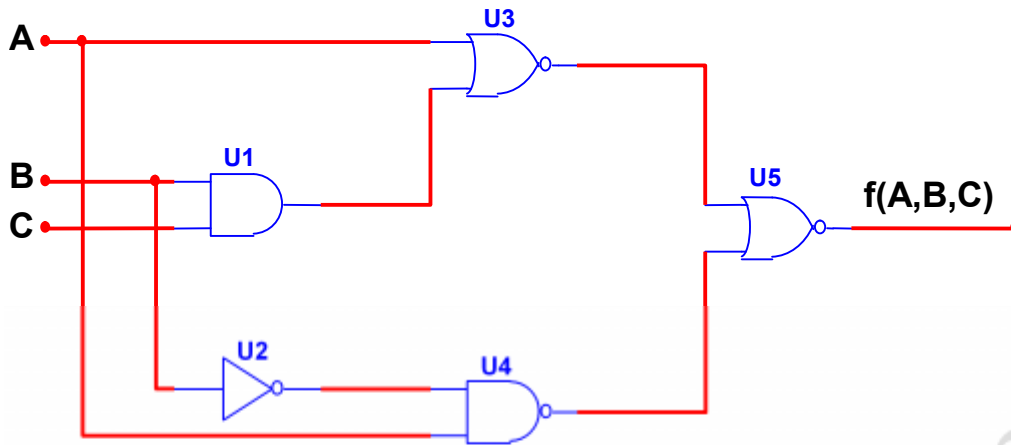
Expresia analitică a funcției logice de ieșire este  $f = \overline{(\bar{A} + \bar{A} \cdot \bar{B})} + (B \cdot C)$

Funcția se aduce la o formă mai simplă aplicând axiomele și teoremele algebrei logice:

$$f = \overline{(\bar{A} + \bar{A} \cdot \bar{B})} + (B \cdot C) = \overline{(\bar{A} + \bar{A} \cdot \bar{B})} \cdot \overline{(B \cdot C)} = \bar{\bar{A}} \cdot \overline{\bar{A} \cdot \bar{B}} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = A \cdot A \cdot B \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = A \cdot B \cdot (\bar{B} + \bar{C}) = A \cdot B \cdot \bar{B} + A \cdot B \cdot \bar{C} = A \cdot B \cdot \bar{C}$$

Forma finală a expresiei analitice a funcției de ieșire este  $f = A \cdot B \cdot \bar{C}$

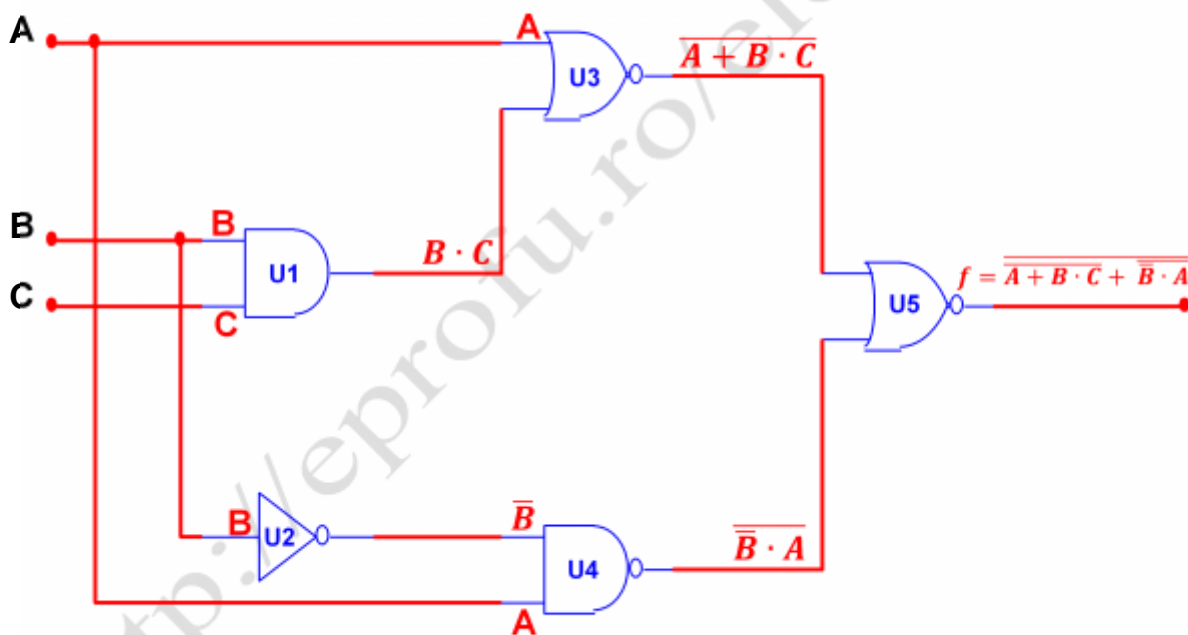
**EXEMPLUL 4.** Pornind de la schema logică din **figura 3.2.7** să se determine expresia analitică a funcției de ieșire a circuitului.



**Figura 3.2.7** Schemă logică cu porți elementare

### REZOLVARE

În **figura 3.2.8** sunt prezentate expresiile logice de la ieșirea fiecărei porți logice din circuit



**Figura 3.2.8** Schemă logică cu porți elementare și expresiile funcțiilor de ieșire

Expresia analitică a funcției logice de ieșire este  $f = \overline{\overline{A + B \cdot C + \overline{B} \cdot A}}$

Funcția se aduce la o formă mai simplă aplicând axiomele și teoremele algebrei logice:

$$f = \overline{\overline{A + B \cdot C + \overline{B} \cdot A}} = (\overline{A + B \cdot C}) \cdot (\overline{\overline{B} \cdot A}) = (A + B \cdot C) \cdot (A \cdot \overline{B}) = A \cdot A \cdot \overline{B} + B \cdot C \cdot \overline{B}$$

$$f = A \cdot \overline{B}$$

### 3.2.2 SINTEZA CIRCUITELOR LOGICE

La **sinteza** circuitelor logice se pleacă de la funcția pe care trebuie să o îndeplinească circuitul (care se cunoaște) și se urmărește obținerea unei variante minimale a structurii acestuia (care se determină).

Sinteza circuitelor logice presupune parcurgerea următoarelor etape:

- Definirea funcției de ieșire
- Minimizarea funcției de ieșire
- Desenarea schemei circuitului

După modul de exprimare a funcției de ieșire implementarea circuitului logic se poate face în mai multe variante:

- Cu orice combinație de circuite logice elementare
- Numai cu circuite "NAND"
- Numai cu circuite "NOR"

Pentru a înțelege mai bine în cele ce urmează sunt prezentate câteva exemple.

**EXEMPLUL 1.** Pornind de funcția  $Y = A \oplus B$  să se realizeze sinteza circuitului corespunzător în mai multe variante.

**a) Sinteza utilizând orice combinație de circuite logice elementare.**

Pornim de la forma canonică a funcției  $Y = A \oplus B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$

Știind că  $A \cdot \bar{A} = 0$  și  $B \cdot \bar{B} = 0$  și înlocuind în forma canonică a funcției se obține:

$$Y = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{A} + A \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{B} = \bar{A}(A + B) + \bar{B}(A + B) = (A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{B})$$

Deci forma funcției de ieșire a circuitului este  $Y = (A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{B})$

Pentru a obține  $\bar{A}$  și  $\bar{B}$  avem nevoie de două porți **NU(NOT)** – **U1A, U1B**

Pentru a obține  $(A + B)$  și  $\bar{A} + \bar{B}$  avem nevoie de două porți **SAU (OR)** - **U2A, U2B**

Pentru a obține  $(A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{B})$  avem nevoie de o poartă **ȘI (AND)** – **U3A**

În urma implementării se obține schema logică din **figura 3.2.9**

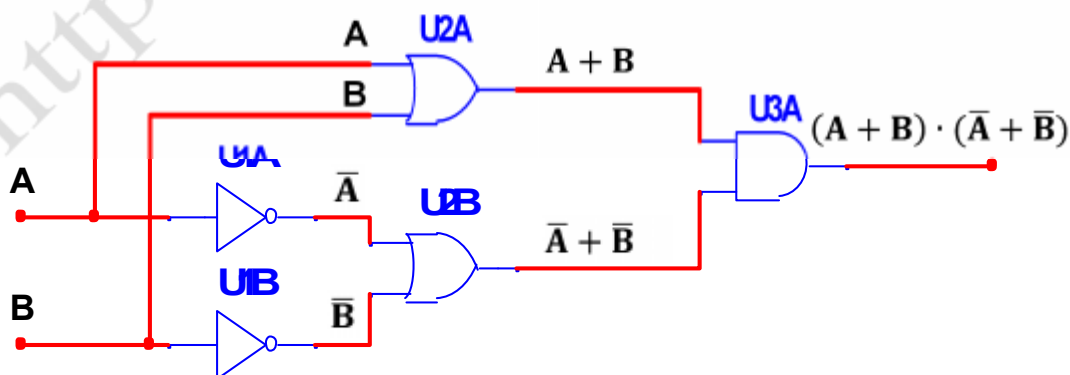


Figura 3.2.9 Implementarea funcției XOR cu circuite logice elementare

## b) Sinteza utilizând numai circuite ȘI-NU (NAND)

Pornim de la forma canonică a funcției  $Y = A \oplus B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$

Deoarece utilizăm numai circuite NAND trebuie să transformăm funcția într-un produs negat de doi termeni.

Utilizând formula lui Morgan  $A + B = \overline{\bar{A} \cdot \bar{B}}$  se obține funcția:

$$Y = A \oplus B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} = \overline{\overline{\bar{A} \cdot B} \cdot \overline{A \cdot \bar{B}}}$$

Deci forma funcției de ieșire a circuitului este:  $Y = \overline{(\bar{A} \cdot B) \cdot (A \cdot \bar{B})}$

Pentru a obține  $\bar{A}$  și  $\bar{B}$  avem nevoie de două porți NAND – U1A, U1B

Pentru a obține  $\overline{(\bar{A} \cdot B)}$  și  $\overline{(A \cdot \bar{B})}$  avem nevoie de două porți NAND – U1C, U1D

Pentru a obține  $\overline{\overline{(\bar{A} \cdot B)} \cdot \overline{(A \cdot \bar{B})}}$  avem nevoie de o poartă NAND – U2D

În urma implementării se obține schema logică din figura 3.2.10

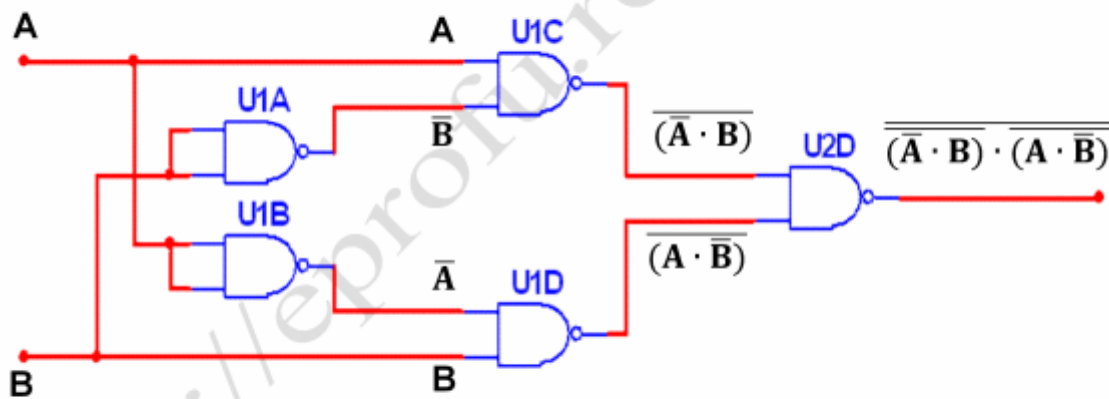


Figura 3.2.10 Implementarea funcției XOR cu circuite logice NAND

### c) Sinteza utilizând numai circuite SAU-NU (NOR)

Pornim de la forma canonică a funcției  $Y = (A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{B})$

Deoarece utilizăm numai circuite NOR trebuie să transformăm funcția într-o sumă negată de doi termeni.

Utilizând formula lui Morgan  $A \cdot B = \overline{\bar{A} + \bar{B}}$  se obține funcția:

$$Y = (A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{B}) = \overline{\overline{(A + B)} + \overline{(\bar{A} + \bar{B})}}$$

Deci forma funcției de ieșire a circuitului este:  $Y = \overline{\overline{(A + B)} + \overline{(\bar{A} + \bar{B})}}$

Pentru a obține  $\bar{A}$  și  $\bar{B}$  avem nevoie de două porți NOR – U1A, U1B

Pentru a obține  $\overline{(A + B)}$  și  $\overline{(\bar{A} + \bar{B})}$  avem nevoie de două porți NOR – U1C, U1D

Pentru a obține  $\overline{\overline{(A + B)} + \overline{(\bar{A} + \bar{B})}}$  avem nevoie de o poartă NOR – U2D

În urma implementării se obține schema logică din figura 3.2.11

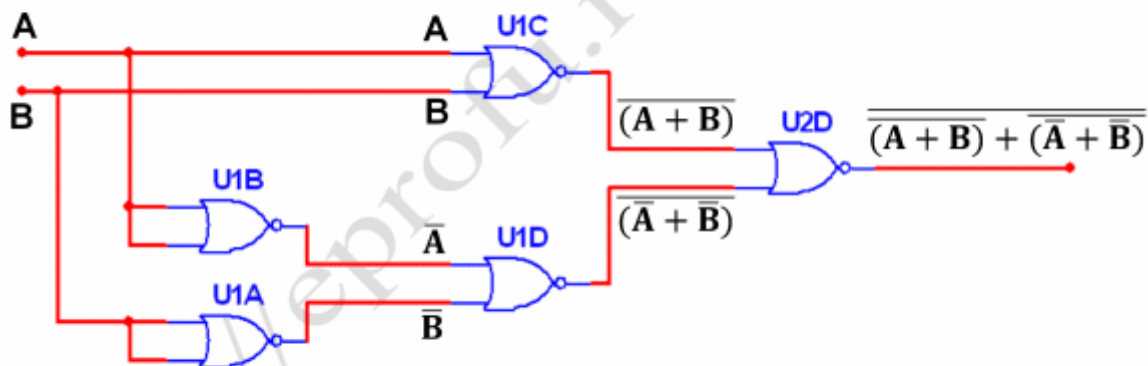


Figura 3.2.11 Implementarea funcției XOR cu circuite logice NOR

**EXEMPLUL 2.** Pornind de funcția  $f = (\overline{A + AB}) + \overline{BC}$  să se realizeze sinteza circuitului corespunzător utilizând orice combinație de circuite logice elementare.

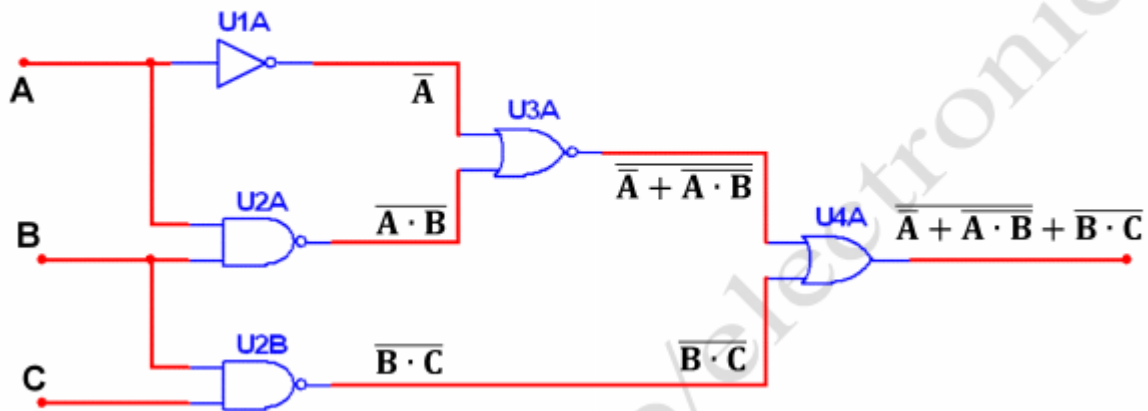
Pentru a obține  $\overline{A}$  avem nevoie de o poartă **NU (NOT) – U1A**

Pentru a obține  $\overline{AB}$  și  $\overline{BC}$  avem nevoie de două porți **ȘI-NU (NAND) – U2A, U2B**

Pentru a obține  $(\overline{A + AB})$  avem nevoie de o poartă **SAU-NU (NOR) – U3A**

Pentru a obține  $(\overline{A + AB}) + \overline{BC}$  avem nevoie de o poartă **SAU (OR) – U4A**

În urma implementării se obține schema logică din **figura 3.2.12**



**Figura 3.2.12 Implementarea unei funcții logice cu circuite logice elementare**

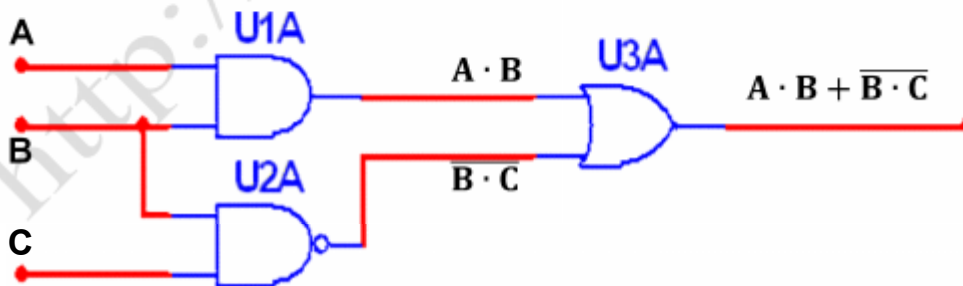
Numărul porților utilizate se pot reduce prin simplificarea funcției logice.

Știind că  $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$  și  $\overline{\overline{A} + \overline{B}} = A \cdot B$  funcția inițială se transformă astfel:

$$f = \overline{A + \overline{A \cdot B}} + \overline{B \cdot C} = \overline{A + \overline{A} + \overline{B}} + \overline{B \cdot C} = \overline{\overline{A} + \overline{B}} + \overline{B \cdot C} = A \cdot B + \overline{B \cdot C}$$

$$f = AB + \overline{BC}$$

În urma implementării se obține schema logică din **figura 3.2.13**



**Figura 3.2.13 Implementarea unei funcții logice cu circuite logice elementare**