

A. UNGHIURI

1) Masura unui unghi reprezinta $\frac{2}{3}$ din masura suplementului sau. Aflati masura unghiului.

Rezolvare:

$$x = \frac{2}{3} \cdot (180^\circ - x) \Rightarrow 3x = 2 \cdot (180^\circ - x) \Rightarrow 3x = 360^\circ - 2x \Rightarrow 5x = 360^\circ \Rightarrow x = 72^\circ$$

2) Suplementul complementului unui unghi este 120° . Care este masura unghiului?

Rezolvare:

Notam masura unghiului cu x . Complementul unghiului este $(90^\circ - x) \Rightarrow$ suplementul complementului este $180^\circ - (90^\circ - x) = 180^\circ - 90^\circ + x = 90^\circ + x \Rightarrow 90^\circ + x = 120^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$

3) Trei unghiuri formate in jurul unui punct sunt invers proportionale cu numerele $0,25 ; 0,2 ; 0,1(6)$. Aflati masurile celor 3 unghiuri.

Rezolvare:

Transform numerele zecimale in fractii $\Rightarrow 0,25 = \frac{1}{4} ; 0,2 = \frac{1}{5} ; 0,1(6) = \frac{1}{6}$

Notez unghiurile cu a, b, c

Deoarece unghiurile sunt invers proportionale cu fractiile de mai sus $\Rightarrow a=4k ; b=5k ; c=6k$

Suma unghiurilor din jurul unui punct este $360^\circ \Rightarrow 4k+5k+6k=360^\circ \Rightarrow 15k=360^\circ \Rightarrow k=24$

$\Rightarrow a=96^\circ ; b=120^\circ ; c=144^\circ$.

4) Aflati unghiul dintre bisectoarele a 2 unghiuri adiacente daca acestea : **a)** au 80° respectiv 60° ; **b)** sunt suplementare ; **c)** sunt complementare

Rezolvare:

Unghiul dintre bisectoarele a 2 unghiuri adiacente = $\frac{\text{suma unghiurilor}}{2} \Rightarrow$

$$\frac{80^\circ + 60^\circ}{2} = 70^\circ$$

a) unghiul dintre bisectoare = $\frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

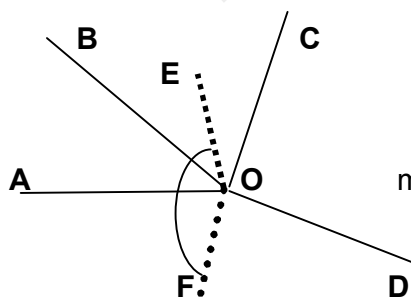
b) unghiul dintre bisectoare = $\frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$; **c)** unghiul dintre bisectoare = $\frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

5) Se stie ca $\angle AOB ; \angle BOC ; \angle COD ; \angle DOA$ sunt unghiuri in jurul unui punct astfel incit :

$$\frac{1}{4} \cdot m(\angle AOB) = \frac{1}{5} \cdot m(\angle BOC) = \frac{1}{6} \cdot m(\angle COD) = \frac{1}{9} \cdot m(\angle DOA)$$

a) Aflati masurile unghiurilor. **b)** Aflati unghiul dintre bisectoarele unghiurilor AOD si BOC

Rezolvare:



$$\frac{m(\angle AOB)}{4} = \frac{m(\angle BOC)}{5} = \frac{m(\angle COD)}{6} = \frac{m(\angle DOA)}{9} = k$$

$$m(\angle AOB)=4k ; m(\angle BOC)=5k ; m(\angle COD)=6k ; m(\angle DOA)=9k$$

$$4k + 5k + 6k + 9k = 360^\circ \Rightarrow 24k=360^\circ \Rightarrow k=15$$

a) $m(\angle AOB) = 4 \cdot 15 = 60^\circ$; $m(\angle BOC) = 5 \cdot 15 = 75^\circ$; $m(\angle COD) = 6 \cdot 15 = 90^\circ$; $m(\angle DOA) = 9 \cdot 15 = 135^\circ$

$$b) m(\angle EOF) = \frac{m(\angle BOC)}{2} + m(\angle AOB) + \frac{m(\angle DOA)}{2} = 165^\circ$$

6. Aflati masurile unghiurilor unui triunghi stiind ca sunt direct proportionale cu numerele 3, 6, 9.

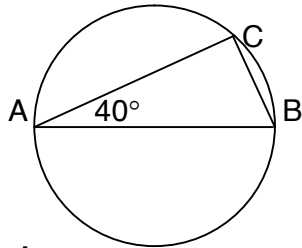
Rezolvare:

Notez unghiurile cu a, b, c. Daca sunt direct proportionale cu 3, 6, 9 $\Rightarrow a=3k, b=6k, c=9k$

Suma unghiurilor unui triunghi este 180° $\Rightarrow a + b + c = 180 \Rightarrow 3k + 6k + 9k = 180 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 18k = 180 \Rightarrow k = 10 \Rightarrow a = 3 \cdot 10 = 30^\circ$; $b = 6 \cdot 10 = 60^\circ$; $c = 9 \cdot 10 = 90^\circ$.

7. AB este diametrul cercului din figura de mai jos, iar măsura unghiului BAC = 40°

Asociati fiecare litera din coloana **A** cu cifra din coloana **B** corespunzatoare:



A	B
a. $m(\widehat{AC})$	1. 90°
b. $m(\widehat{BC})$	2. 80°
c. $m(\angle ABC)$	3. 100°
	4. 50°

Rezolvare:

Triunghiul ABC este inscris in semicerc $\Rightarrow \triangle ABC$ este dreptunghic cu $m(\angle ACB) = 90^\circ$

Daca $m(\angle ACB) = 90^\circ$ si $m(\angle BAC) = 40^\circ \Rightarrow m(\angle ABC) = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

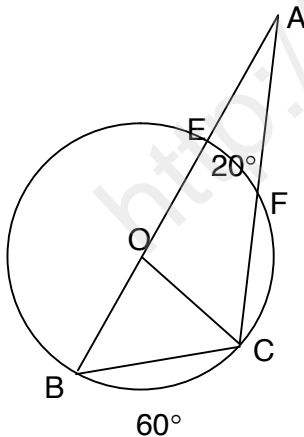
$$m(\angle ABC) = \frac{m(\widehat{AC})}{2} \text{ (este unghi cu varful pe cerc)} \Rightarrow m(\widehat{AC}) = 2 \cdot m(\angle ABC) = 2 \cdot 50^\circ = 100^\circ$$

$$m(\angle BAC) = \frac{m(\widehat{BC})}{2} \text{ (este unghi cu varful pe cerc)} \Rightarrow m(\widehat{BC}) = 2 \cdot m(\angle BAC) = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$$

Rezultatul se exprima astfel: (a, 3) ; (b, 2) ; (c, 4)

8. In figura de mai jos O este centrul cercului iar masurile arcurilor EF si BC sunt 20° respectiv 60°

Asociati fiecare litera din coloana **A** cu cifra din coloana **B** corespunzatoare:



A	B
a. $m(\angle OAC)$	1. 120°
b. $m(\angle AOC)$	2. 40°
c. $m(\angle ACO)$	3. 30°
	4. 20°

Rezolvare:

$$m(\angle BAC) = \frac{m(\widehat{BC}) - m(\widehat{EF})}{2} = \frac{60^\circ - 20^\circ}{2} = 20^\circ \Rightarrow m(\angle OAC) = 20^\circ$$

$$m(\angle BOC) = m(\widehat{BC}) = 60^\circ \text{ (unghi cu varful in centrul cercului)}$$

$$m(\angle AOC) = 180^\circ - m(\angle BOC) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{In } \triangle AOC \Rightarrow m(\angle ACO) = 180^\circ - (m(\angle AOC) + m(\angle OAC)) = 180^\circ - (120^\circ + 20^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

Rezultatul se exprima astfel: (a, 4) ; (b, 1) ; (c, 2)