

B. TRIUNGHIURI

B₅. Proprietățile triunghiului dreptunghic .

Se consideră triunghiul ABC cu proprietățile:

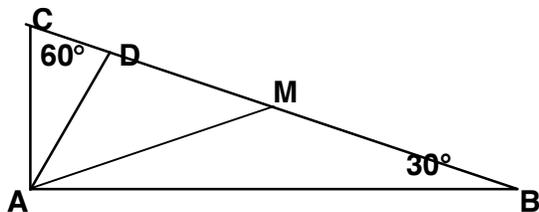
$$\angle A = 90^\circ ; \angle B = 30^\circ ; \angle C = 60^\circ$$

AD = înălțime

AM = mediană

BC = ipotenuză

AC ; AB = catete



1. Teorema lui Pitagora . $BC^2 = AC^2 + AB^2$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

2. Teorema unghiului de 30° .

Cateta care se opune la unghiul de 30° este jumătate din ipotenuză.

$$\text{Dacă } \angle B = 30^\circ \Rightarrow AC = BC / 2$$

3. Teorema unghiului de 15°.

Înălțimea din unghiul drept care se opune \angle de 15° este 1/4 din ipotenuza

4. Teorema medianei din unghiul drept (AM) .

Mediana din unghiul drept este jumătate din ipotenuză .

$$\text{Dacă AM mediană} \Rightarrow AM = BC / 2$$

5. Calculul înălțimii din unghiul drept (AD) . Se face scriind aria triunghiului ABC în două moduri .

$$\left. \begin{array}{l} S_{\Delta ABC} = AD \cdot BC / 2 \\ S_{\Delta ABC} = AB \cdot AC / 2 \end{array} \right\} \Rightarrow AD \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AD = AB \cdot AC / BC$$

6. Teorema înălțimii . $AD^2 = BD \cdot CD$

7. Teorema catetei . $AC^2 = BC \cdot CD$
 $AB^2 = BC \cdot BD$

CD și BD sunt proiecțiile catetelor pe ipotenuză.

8. Raza cercului circumscris triunghiului dreptunghic este jumătate din ipotenuză

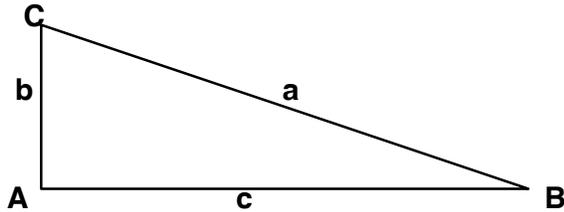
$$R = BC / 2$$

9. Pentru calculul razei cercului înscris se scrie aria ΔABC ca suma ariilor Δ formate unind centrul cercului înscris cu vârfurile triunghiului.

$$AB \cdot AC / 2 = r \cdot AB / 2 + r \cdot AC / 2 + r \cdot BC / 2 \Rightarrow r = AB \cdot AC / (AB + AC + BC)$$

10. Un triunghi înscris în semicerc (sau care are o latură egală cu diametrul unui cerc și vârful opus pe cerc) ESTE DREPTUNGHIC.

10. Relații trigonometrice în triunghiul dreptunghic .



$$\text{SINUS} = \frac{\text{CATETA OPUSĂ}}{\text{IPOTENUZĂ}}$$

$$\text{COSINUS} = \frac{\text{CATETA ALĂTURATĂ}}{\text{IPOTENUZĂ}}$$

$$\text{TANGENTĂ} = \frac{\text{CATETA OPUSĂ}}{\text{CATETA ALĂTURATĂ}}$$

$$\text{COTANGENTĂ} = \frac{\text{CATETA ALĂTURATĂ}}{\text{CATETA OPUSĂ}}$$

$$\text{TANGENTĂ} = \frac{\text{SINUS}}{\text{COSINUS}}$$

$$\text{COTANGENTĂ} = \frac{\text{COSINUS}}{\text{SINUS}}$$

$$\begin{array}{l} \text{SIN } \angle B = \frac{b}{c} \quad \text{COS } \angle B = \frac{a}{c} \quad \text{TG } \angle B = \frac{b}{a} \quad \text{CTG } \angle B = \frac{c}{b} \\ \text{SIN } \angle C = \frac{a}{c} \quad \text{COS } \angle C = \frac{b}{c} \quad \text{TG } \angle C = \frac{b}{a} \quad \text{CTG } \angle C = \frac{c}{a} \end{array}$$

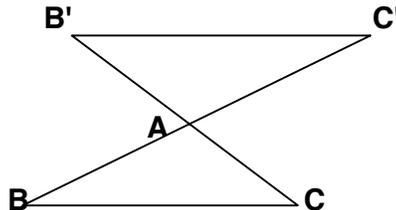
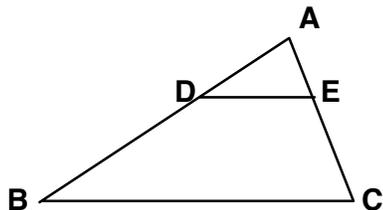
	30°	45°	60°
SINUS	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
COSINUS	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
TANGENTĂ	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
COTANGENTĂ	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\text{TG } 30^\circ = \frac{\text{SIN } 30^\circ}{\text{COS } 30^\circ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{CTG} = \frac{\text{COS } 30^\circ}{\text{SIN } 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{1} = \sqrt{3}$$

$$\text{SIN } \angle X = \text{COS}(90^\circ - \angle X) ; \text{COS } \angle X = \text{SIN}(90^\circ - \angle X) ; \text{SIN}^2 X + \text{COS}^2 X = 1$$

B.6 ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR



1°TEOREMA FUNDAMENTALĂ A ASEMĂNĂRII:

O dreaptă paralelă la una din laturile unui triunghi formează cu celelalte două laturi un triunghi asemenea cu triunghiul dat

$$DE \parallel BC \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \quad \text{sau} \quad BC \parallel B'C' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AB'C'$$

2°TEOREMA LUI THALES

O paralelă la una din laturile unui triunghi determină pe celelalte două laturi segmente proporționale

$$DE \parallel BC \Rightarrow AD / DB = AE / EC ; AD / AB = AE / AC ; DB / AE = EC / AC$$

3° Două triunghiuri asemenea au laturile proporționale:

$$\text{Dacă } \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow AD/AB = AE/AC = DE/BC.$$

4° Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea este egal cu raportul de asemănare la pătrat.

$$\text{Dacă } \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow S_{\triangle ADE} / S_{\triangle ABC} = (AD/AB)^2 = (AE/AC)^2 = (DE/BC)^2 = (p/P)^2 = (m/M)^2 = (h/H)^2$$

unde: p ,P = perimetrul ; m , M = mediana ; h ,H = înălțimea.

5° Triunghiurile echilaterale, isoscele și cele dreptunghice isoscele sunt asemenea între ele

6° CAZURILE DE ASEMĂNARE A DOUĂ TRIUNGHIURI:

1. Două triunghiuri sunt asemenea dacă **au două unghiuri congruente (UU)**
2. Două triunghiuri sunt asemenea dacă **au un unghi congruent și laturile care le formează proporționale (LUL)**
3. Două triunghiuri sunt asemenea dacă **au laturile proporționale (LLL)**

7° CAZURILE DE CONGRUENȚĂ A DOUĂ TRIUNGHIURI

1. Două triunghiuri sunt congruente dacă **au toate laturile congruente (LLL)**
2. Două triunghiuri sunt congruente dacă **au cate un unghi congruent și laturile care le formează congruente (LUL)**
3. Două triunghiuri sunt congruente dacă **au două unghiuri congruente și latura corespunzătoare unghiurilor congruentă. (ULU)**
4. Două triunghiuri sunt congruente dacă **au cate o latura și doua unghiuri congruente (LUU)**