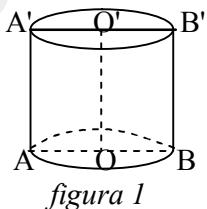


## Teste matematica propuse 2005 – TEST 4

**PARTEA I (45 puncte)** – Pe foaia de examen se trec numai rezultatele.

- 3p 1. a) Rezultatul calculului  $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 + 12\sqrt{6}$  este egal cu .....
- 3p b) In intervalul  $[\sqrt{17}; \sqrt{145}]$  exista un numar de ..... numere naturale
- 3p c) Dintre numerele  $3^{22}$  si  $2^{33}$  mai mare este numarul .....
- 3p 2. a) Distanta dintre 2 orase este 125Km. Pe o harta cu scara 1:5.000.000 distanta este .....mm
- 3p b) Intr-o urna sunt bile numerotate de la 1 la 20. Probabilitatea de a extrage o bila cu numar prim este .....
- 3p c) 6 robinete umplu un bazin in 4 ore. 8 robinete umplu acelasi bazin in .....ore
- 3p 3. a) Solutiile sistemului  $\begin{cases} -x + y = -4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$  sunt  $x = \dots$  si  $y = \dots$
- 3p b) Daca  $|x - 2| < 4$  atunci  $x$  apartine intervalului .....
- 3p c)  $(-\infty; 3] \cap (-2; 5] = \dots$
4. Se considera un cerc cu raza de 6 cm
- 3p a) Latura patratului inscris in cercul respectiv este egala cu .....cm
- 3p b) Apotema hexagonului inscris in cercul respectiv este egala cu .....cm<sup>2</sup>
- 3p c) Aria triunghiului echilateral inscris in cercul respectiv este egala cu ..... cm<sup>2</sup>
5. In figura 1 ABA'B' este un cilindru circular drept, cu ABB'A' patrat. O si O' sunt centrele bazelor iar aria lui ABB'A' este  $16\text{cm}^2$

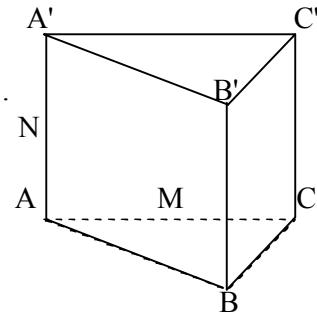


*figura 1*

**PARTEA a II –a (45 puncte)- Pe foaia de examen scrieti rezolvările complete.**

- 5p 1. a) Aflati numerele naturale cuprinse intre 40 si 184, care impartite, pe rand, la 4, 6, 9 dau de fiecare data restul 5.
- 5p b) Aflati toate numerele naturale din doua cifre care impartite, pe rand, la 4, 6, 9 dau resturile 2, 4, 7
- 3p 2. a) Determinati functia liniara  $f: R \rightarrow R$  al carei grafic contine punctele A(2;-3) si B(1;-5)
- 3p b) Determinati functia  $g: R \rightarrow R$ , stiind ca  $g(2-x) = 3x - 3$
- 3p c) Daca  $f(x)=2x-7$  si  $g(x)=-3x+3$ , aflati coordonatele punctului de intersectie ale graficelor celor doua functii
- 6p d) Daca  $f(x)=2x-7$  si  $g(x)=-3x+3$ , aflati aria si perimetrul triunghiului format din reprezentarile grafice ale celor doua functii si axa ordonatelor.

3. In figura 2 ABCA'B'C' este o prisma triunghiulara regulata. Punctele M si N sunt mijloacele muchiilor AC respective A'A. Lungimea segmentului BM= $3\sqrt{3}$  cm, volumul prismei este  $162\text{ cm}^3$ .
- 4p a) Completati pe foaia de examen desenul din figura 2 cu  $\Delta B'BM$
- 4p b) Aratati ca  $BB' = 6\sqrt{3}\text{cm}$
- 4p c) Calculati aria laterală si aria totală a prismei
- 4p d) Calculati distanta de la punctul B' la dreapta AC
- 4p e) Calculati unghiul dintre segmentele MN si A'C'



*figura 2*

## REZOLVARE TEST 4

### PARTEA I

1. a)  $(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2 + 12\sqrt{6} = (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 + 12\sqrt{6} = 12 - 12\sqrt{6} + 18 + 12\sqrt{6} = 30$

b)  $\sqrt{17} < \sqrt{25} = 5 \Rightarrow$  primul numar natural mai mare decat  $\sqrt{17}$  este 5

$\sqrt{145} > \sqrt{144} = 12 \Rightarrow$  primul numar natural mai mic decat  $\sqrt{145}$  este 12

In intervalul  $[\sqrt{17}; \sqrt{145}]$  sunt numere naturale de la 5 la 12 deci  $(12-5)+1 = 8$  **numere naturale**

c) Pentru a compara numerele  $3^{22}$  si  $2^{33}$  deoarece nu se pot scrie in functie de aceiasi baza se descompun exponentii si se gaseste divizorul comun al acestora

$$22 = 2 \cdot 11 \text{ iar } 33 = 3 \cdot 11 \Rightarrow \text{divizorul comun este } 11 \Rightarrow 3^{22} = 3^{2 \cdot 11} = 9^{11} \\ 2^{33} = 2^{3 \cdot 11} = 8^{11} \Rightarrow 9^{11} > 8^{11} \Rightarrow 3^{22} > 2^{33}$$

$$\frac{\text{distanta pe harta}}{\text{distanta pe teren}} = \frac{1}{5.000.000} = \frac{x}{125.000.000} \Rightarrow x = \frac{125.000.000}{5.000.000} = 25 \text{ mm}$$

\* Am transformat Km in mm, deoarece distanta pe harta se cere in mm **1Km = 1.000.000 mm**

$$\text{b) probabilitatea} = \frac{\text{numarul de numere prime}}{\text{numarul total de numere}} = \frac{9}{20}$$

De la 1 la 20 sunt urmatoarele numere prime: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 deci **9 numere prime**

De la 1 la 20 sunt  $(20-1)+1 = 19+1 = 20$  **numere**

c)  $\begin{array}{c} \uparrow 6 \text{ robinete ..... 4 ore} \\ | \\ \downarrow 8 \text{ robinete ..... x ore} \end{array} \Rightarrow$  Atentie! proportionalitatea este inversa deoarece in timp ce CRESTE nr. de robinete SCADE nr. de ore

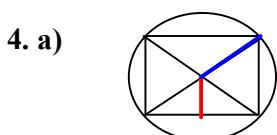
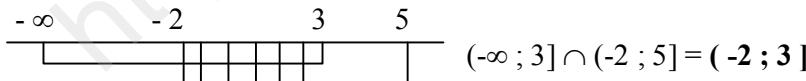
$$\frac{6}{8} = \frac{x}{4} \Rightarrow 8 \cdot x = 6 \cdot 4 / :8 \Rightarrow x = 24 : 8 \Rightarrow x = 3 \text{ ore}$$

3. a)  $\begin{cases} -x + y = -4 / \cdot(-1) \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases} (+)$   
 $3x / = 9 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow -3 + y = -4 \Rightarrow y = -4 + 3 \Rightarrow y = -1$

b)  $|x - 2| < 4$  La acest tip de inecuatie se scoate expresia din modul si se plaseaza intre numarul din dreapta si opusul acestuia  $\Rightarrow -4 < x - 2 < 4 \Rightarrow -4 + 2 < x < 4 + 2 \Rightarrow -2 < x < 6 \Rightarrow x \in (-2; 6)$

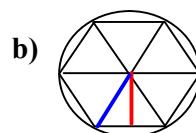
**Atentie! Metoda se utilizeaza numai cand modulul este mai mic decat numarul din dreapta**

c)  $(-\infty; 3] \cap (-2; 5]$ , la operatii cu intervale este indicat sa se foloseasca metoda **grafica**



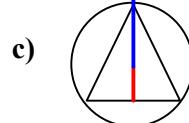
Diagonala patrat = diametru cerc  
 $2R$

$$L\sqrt{2} = 2R \Rightarrow L = \frac{2R}{\sqrt{2}} = R\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$



Ap. hexagon= inalt.  $\Delta$ echilateral  
 $L\sqrt{3}$        $6\sqrt{3}$

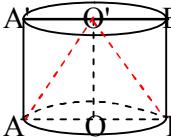
$$A_6 = \frac{L\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$



raza cerc=  $2 / 3$  din  $h \Delta$

$$R = \frac{2}{3} \cdot \frac{L\sqrt{3}}{2} = L\sqrt{3}$$

$$A\Delta = L^2\sqrt{3} / 4 = 108\sqrt{3} / 4 = 27\sqrt{3}$$

5. 
- a) Aria patratului  $ABB'A' = L^2 \Rightarrow L^2 = 16 \Rightarrow L = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow G = 4 \text{ cm}, R = 2 \text{ cm}$   
 $O'B' = R = 2 \text{ cm}$   
 $\Delta BB'O' \text{ dr.} \Rightarrow O'B'^2 = O'B'^2 + B'B^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow O'B = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$
- b) Volumul cilindrului  $= \pi \cdot R^2 \cdot H = \pi \cdot 4 \cdot 4 = 16\pi \text{ cm}^3$

c) Aria laterală con  $= \pi \cdot R \cdot G$

$$\text{Aria laterală con} = \pi \cdot 2 \cdot 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}\pi \text{ cm}^2$$

## PARTEA a II a

1. a) Mai intai se află cel mai mic număr utilizând aceasi metoda ca la T3/ I / 2 – b

$$\begin{array}{lll} n : 4 = c_1 + 5 & n = 4 \cdot c_1 + 5 & n - 5 = 4 \cdot c_1 \\ n : 6 = c_2 + 5 \Rightarrow & n = 6 \cdot c_2 + 5 \Rightarrow & n - 5 = 6 \cdot c_2 \\ n : 9 = c_3 + 5 & n = 9 \cdot c_3 + 5 & \underline{n - 5 = 9 \cdot c_3} \\ & & n - 5 = M(4, 6, 9) \end{array}$$

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\underline{9 = 3^2}$$

$$M = 2^2 \cdot 3^2 \Rightarrow M = 4 \cdot 9 \Rightarrow M = 36 \Rightarrow n - 5 = 36$$

Deoarece numerele sunt cuprinse în intervalul [40 ; 184] pentru a le afla pe toate utilizam multiplii lui 36 astfel:

$$\left. \begin{array}{l} n - 5 = 36 \cdot 1 \Rightarrow n = 36 + 5 = 41 \\ n - 5 = 36 \cdot 2 \Rightarrow n = 72 + 5 = 77 \\ n - 5 = 36 \cdot 3 \Rightarrow n = 108 + 5 = 113 \\ n - 5 = 36 \cdot 4 \Rightarrow n = 144 + 5 = 149 \\ n - 5 = 36 \cdot 5 \Rightarrow n = 180 + 5 = 185 \end{array} \right\} \Rightarrow n \in \{41, 77, 113, 149\}$$

b) Mai intai aflăm cel mai mic număr natural care are proprietatea cerută

$$\begin{array}{lll} n : 4 = c_1 + 2 & n = 4 \cdot c_1 + 2 & n+2 = 4 \cdot c_1 + 4 \\ n : 6 = c_2 + 4 \Rightarrow & n = 6 \cdot c_2 + 4 & n+2 = 6 \cdot c_2 + 6 \Rightarrow \\ n : 9 = c_3 + 7 & n = 9 \cdot c_3 + 7 & n+2 = 9 \cdot c_3 + 9 \end{array} \left. \begin{array}{l} n+2 = 4 \cdot (c_1 + 1) \\ n+2 = 6 \cdot (c_2 + 1) \\ \underline{n+2 = 9 \cdot (c_3 + 1)} \\ n+2 = M(4, 6, 9) \end{array} \right.$$

$$M(4, 6, 9) = 36 \Rightarrow n + 2 = 36 \Rightarrow n = 36 - 2 = 34$$

$$n + 2 = 36 \cdot 2 \Rightarrow n = 72 - 2 = 70$$

$$n + 2 = 36 \cdot 3 \Rightarrow n = 108 - 2 = 106 \Rightarrow n \in \{34, 70\}$$

\* Deoarece nu se obține același rest la împărțiri, nu se mai trec resturile în stanga egalității, deoarece se obțin termiți diferiti. În aceasta situație, se adună la fiecare termen (atât în stanga cat și în dreapta egalității) un număr, astfel încât, termenul din dreapta egalității să poată fi scris sub forma de produs, prin scoaterea în factor comun a împărțitorului.

2. a) Scriu forma generală a funcției  $f(x) \Rightarrow f(x) = ax + b$

Daca  $A(2 ; -3) \in Gf \Rightarrow f(2) = -3$       Daca  $B(1 ; -5) \in Gf \Rightarrow f(1) = -5$       Calculez  $f(2)$  și  $f(1) \Rightarrow$

$f(2) = a \cdot 2 + b = 2a + b$      $f(1) = a \cdot 1 + b = a + b$     Inlocuiesc pe  $f(2)$  și  $f(1)$  în ecuațiile de mai sus  $\Rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a + b = -3 / \cdot(-1) \\ a + b = -5 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -2a - b = 3 \\ a + b = -5 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \hline a + b = -5 (+) \\ -a / = -2 /(-1) \end{array} \right. \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2 + b = -5 \Rightarrow b = -5 - 2 \Rightarrow b = -7$$

Inlocuiesc pe  $a$  și  $b$  în forma generală a funcției  $\Rightarrow f(x) = 2x - 7$

b)  $g(2-x) = 3x - 3$  Scriu forma generala a functiei  $g(x) \Rightarrow g(x) = ax + b$

Calculez  $g(2-x) \Rightarrow g(2-x) = a \cdot (2-x) + b = -ax + 2a + b$  Inlocuiesc pe  $g(2-x)$  in ecuatia data  $\Rightarrow -ax + 2a + b = 3x - 3$

Egalitatea este adevarata daca termenii de acelasi fel din stanga si dreapta egalitatii sunt identici  
Pentru rezolvarea ecuatiei egalam : termenul lui  $x$  din stanga cu termenul lui  $x$  din dreapta

termenul **liber** din stanga cu termenul **liber** din dreapta

$$\text{Obtinem sistemul: } \begin{cases} -a = 3 / \cdot(-1) \\ 2a + b = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ 2 \cdot (-3) + b = -3 \end{cases} \Rightarrow -6 + b = -3 \Rightarrow b = -3 + 6 \Rightarrow b = 3$$

Inlocuiesc **a** si **b** in forma generala a functiei  $\Rightarrow g(x) = -3x + 3$

c) Scriu forma generala a punctului  $I(x, f(x))$  Mai intai calculez pe  $x$  apoi inlocuiesc valoarea lui  $x$  in  $f(x)$ . In punctual de intersectie functiile sunt egale  $\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow 2x - 7 = -3x + 3 \Rightarrow 2x + 3x = 3 + 7 \Rightarrow 5x = 10 /:5 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = 2 \cdot 2 - 7 = 4 - 7 = -3 \Rightarrow I(2, -3)$

d) Deoarece trebuie calculat perimetrul si aria unui triunghi din grafic, intai aflam punctele in care graficele celor 2 functii intersecteaza axele de coordonate, apoi reprezentam grafic cele 2 functii.

$$f(x) = 2x - 7$$

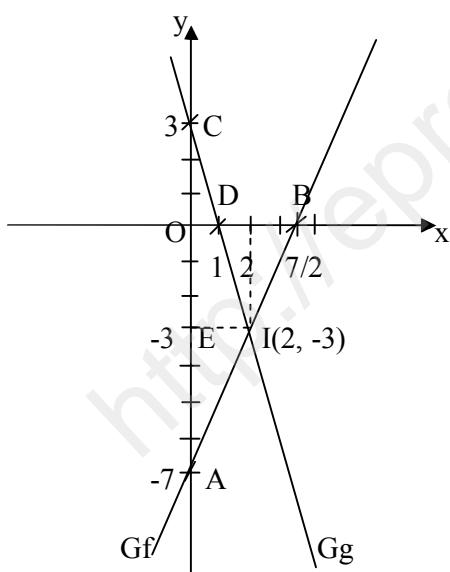
$$g(x) = -3x + 3$$

$$x=0 \Rightarrow f(0)=2 \cdot 0 - 7 \Rightarrow f(0)=-7 \Rightarrow A(0, -7)$$

$$x=0 \Rightarrow g(0) = -3 \cdot 0 + 3 \Rightarrow g(0)=3 \Rightarrow C(0, 3)$$

$$f(x)=0 \Rightarrow 2x - 7=0 \Rightarrow x=7/2 \Rightarrow B(7/2, 0)$$

$$g(x)=0 \Rightarrow -3x+3=0 \Rightarrow -3x=-3 /:(-3) \Rightarrow x=1 \Rightarrow D(1, 0)$$



Suprafata dintre  $G_f$ ,  $G_g$ ,  $Oy$  este  $\Delta IAC$

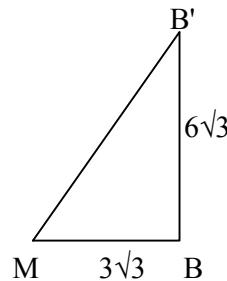
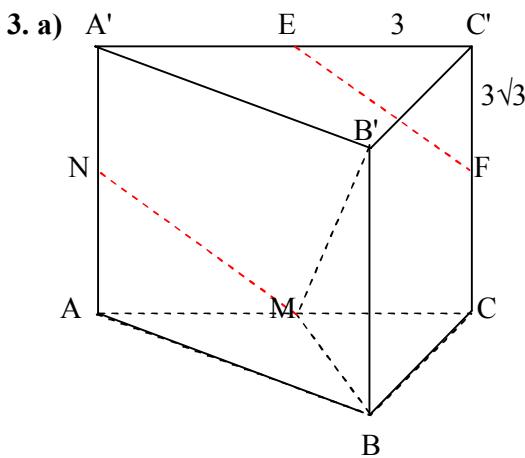
$$\text{Aria } \Delta IAC = \frac{AC \cdot IE}{2} = \frac{10 \cdot 2}{2} = 10 \text{ ua (unitati dearie)}$$

$$\text{In } \Delta IEC \text{ dr } \Rightarrow IC^2 = CE^2 + EI^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40 \Rightarrow IC = 2\sqrt{10}$$

$$\text{In } \Delta IEA \text{ dr } \Rightarrow IA^2 = AE^2 + EI^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20 \Rightarrow IA = 2\sqrt{5}$$

$$AC = AO + OC = 7 \text{ u} + 3 \text{ u} = 10 \text{ u (unitati)}$$

$$\text{Perimetru } \Delta IAC = IC + IA + AC = (2\sqrt{10} + 2\sqrt{5} + 10) \text{ u}$$



b)  $\Delta ABC$  este echilateral iar  $BM$  este inaltime  $\Rightarrow BM = \frac{L\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{L\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \Rightarrow L\sqrt{3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} / : \sqrt{3} \Rightarrow L = 6$

$$\Rightarrow L = 6 \Rightarrow AB = 6 \text{ cm} \quad \text{Aria bazei} = \frac{L^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{36 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Rightarrow \text{Aria bazei} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

**Volumul prismei** = Aria bazei · inaltimea  $\Rightarrow 9\sqrt{3} \cdot BB' = 162 / : 9\sqrt{3} \Rightarrow BB' = \frac{162}{9\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$

Inaltimea prismei  $BB' = 6\sqrt{3} \text{ cm}$

c) **Aria laterală** = perimetrul bazei · inaltimea  $= 3 \cdot L \cdot BB' = 3 \cdot 6 \cdot 6\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \text{ cm}^2$

**Aria totală** = Aria laterală + 2 · Aria bazei  $= 108\sqrt{3} + 2 \cdot 9\sqrt{3} = 108\sqrt{3} + 18\sqrt{3} = 126\sqrt{3} \text{ cm}^2$

d) Distanța de la  $B'$  la  $AC$  o determinăm cu teorema celor trei perpendiculare astfel:

$$\left. \begin{array}{l} B'B \perp (ABC) \\ BM \perp AC \\ BM, AC \subset (ABC) \end{array} \right\} \stackrel{T3 \perp}{\Rightarrow} B'M \perp AC \Rightarrow d(B'; AC) = B'M$$

Calculez pe  $B'M$  din  $\Delta B'BM$  dr  $\Rightarrow B'M^2 = B'B^2 + BM^2 = (6\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{3})^2 = 108 + 27 = 135 \Rightarrow B'M = \sqrt{135} = 3\sqrt{15} \text{ cm} \Rightarrow d(B'; AC) = 3\sqrt{15} \text{ cm}$

e) Construiesc  $FE \parallel MN \Rightarrow \angle(A'C'; MN) = \angle(A'C'; EF) = \angle(FEC')$

In  $\Delta FC'E$  dr  $\Rightarrow FE^2 = FC'^2 + C'E^2 = (3\sqrt{3})^2 + 3^2 = 27 + 9 = 36 \Rightarrow FE = \sqrt{36} \Rightarrow FE = 6 \text{ cm}$

In  $\Delta FC'E$  dr se observă că, cateta  $EC'$  este jumătate din ipotenuza  $FE$   $\Rightarrow$  unghiul opus acestei catete are  $30^\circ \Rightarrow m \angle(C'FE) = 30^\circ \Rightarrow m \angle(FEC') = 60^\circ$