

L3. FUNCTIA DE GRADUL I

4. Determinarea coordonatelor punctului de intersectie a graficelor functiilor f si g

Exemplu:

Fie functiile: $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 3 - x$; $g : R \rightarrow R$, $g(x) = x - 1$. Determinati coordonatele punctului de intersectie a graficelor celor 2 functii.

Rezolvare

- notez punctul de intersectie $I(x, f(x))$
- determin valoarea coordonatei x egaland cele 2 functii

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 3 - x = x - 1 \Rightarrow 2x = 4 /:2 \Rightarrow x = 2$$

- determin valoarea coordonatei $f(x)$ inlocuind in $f(x)$ pe x cu valoarea determinata

$$f(2) = 3 - 2 = 1 \Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow I(2, 1)$$

5. Determinarea coordonatelor unui punct din grafic care are o anumita proprietate

Exemplu 1:

Fie functia $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 3 - x$. Determinati punctele din grafic in care abscisa este dublul ordonatei.

Rezolvare

- notez punctul : $M(x, f(x))$
- determin valoarea coordonatei x din ecuatie caracteristica proprietatii punctului
abscisa = x ; ordonata = f(x). Daca abscisa este dublul ordonatei \Rightarrow ecuatie: $x = 2 \cdot f(x) \Rightarrow$
 $x = 2 \cdot (3 - x) \Rightarrow x = 6 - 2x \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$
- determin valoarea coordonatei $f(x)$ inlocuind in $f(x)$ pe x cu valoarea determinata
 $f(2) = 3 - 2 = 1 \Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow M(2, 1)$

Exemplu 2:

Fie functia $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 2x + 3$. Determinati punctele din grafic in care coordonatele sunt egale.

Rezolvare

- notez punctul : $M(x, f(x))$
- determin valoarea coordonatei x din ecuatie caracteristica proprietatii punctului
Daca coordonatele punctului sunt egale \Rightarrow ecuatie: $x = f(x) \Rightarrow$
 $x = 2x + 3 \Rightarrow x - 2x = 3 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$
- determin valoarea coordonatei $f(x)$ inlocuind in $f(x)$ pe x cu valoarea determinata
 $f(-3) = 2 \cdot (-3) + 3 = -6 + 3 = -3 \Rightarrow f(-3) = -3 \Rightarrow M(-3, -3)$

6. Conditia ca un punct sa apartina graficului unei functii.

Punctul $A(x_A ; y_A) \in G_f$ daca $f(x_A) = y_A$.

Exemplu:

Fie functia $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 3 - x$. Verificati daca punctele $A(-1 ; 2)$ si $B(4 ; -1)$ aparțin graficului functiei f .

Rezolvare

$A(-1 ; 2) \in G_f$ daca $f(-1) = 2$

Calculez $f(-1) \Rightarrow f(-1) = 3 - (-1) = 3 + 1 = 4$, deoarece $f(-1) \neq 2 \Rightarrow A(-1 ; 2) \notin G_f$

$B(4 ; -1) \in G_f$ daca $f(4) = -1$

Calculez $f(4) \Rightarrow f(4) = 3 - 4 = -1$, deoarece $f(4) = -1 \Rightarrow B(4 ; -1) \in G_f$

7. Conditia, ca dreapta care reprezinta graficul unei functii sa treaca prin origine .

Graficul unei functii trece prin origine daca $f(0) = 0$ (adica originea $O(0 ; 0) \in G_f$)

Daca scriem forma generala a functiei de gradul I $f(x) = ax + b$, graficul functiei trece prin origine daca $b = 0$, adica functia are forma generala $f(x) = ax$

Exemplu:

Fie functia $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 3x - a + 2$. Determinati valoarea lui a , daca graficul functiei f trece prin origine.

Rezolvare

Daca graficul lui f trece prin origine $\Rightarrow O(0;0) \in G_f \Rightarrow f(0) = 0$

Calculez $f(0) \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0 - a + 2 = -a + 2 \Rightarrow f(0) = -a + 2$

Din $f(0) = 0 \Rightarrow -a + 2 = 0 \Rightarrow -a = -2 \Rightarrow a = 2$

8. Conditia, ca dreapta care reprezinta graficul unei functii sa fie paralela cu axa Ox .

Daca scriem forma generala a functiei de gradul I $f(x) = ax + b$, dreapta care reprezinta graficul functiei este paralela cu axa Ox , daca $a = 0$, adica functia are forma generala $f(x) = b$

Daca $f(x) = b$, graficul functiei este o dreapta paralela cu axa Ox care intersecteaza axa Oy in b

Exemplu:

Fie functia $f : R \rightarrow R$, $f(x) = (3-a)x + 2$. Determinati valoarea lui a , daca dreapta care reprezinta graficul functiei f este paralela cu axa Ox .

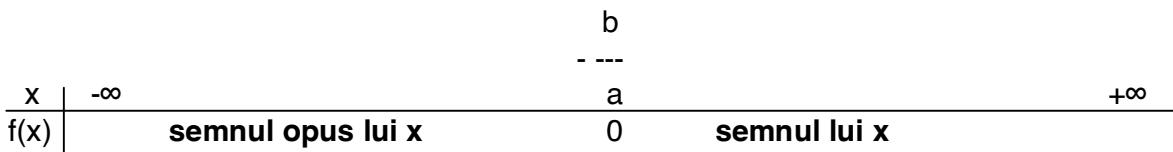
Rezolvare

$G_f \parallel Ox \Rightarrow 3 - a = 0 \Rightarrow -a = -3 \Rightarrow a = 3$

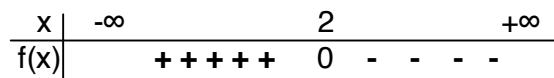
9. Semnul și monotonia funcției de gradul I.

b

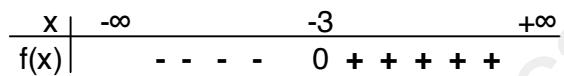
Fie funcția $f(x) = ax + b$. Pentru semn se egalează funcția cu 0 . $f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$



Ex. a) $f(x) = -2x + 4 \Rightarrow -2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$



b) $f(x) = 3x + 9 \Rightarrow 3x + 9 = 0 \Rightarrow x = -3$



- O funcție este **strict crescătoare** dacă $a > 0$, este **strict descrescătoare** dacă $a < 0$ și este **constantă** dacă $a = 0$.

Exemplu: Determinați valorile lui m știind că funcția $f(x) = (2m-3)x + 4$ este strict crescătoare.

Rezolvare.

$$f(x) \text{ strict crescătoare} \Rightarrow 2m - 3 > 0 \Rightarrow 2m > 3 \Rightarrow m > \frac{3}{2} \Rightarrow m \in (\frac{3}{2}; +\infty)$$

10. Conditia ca 3 puncte sa fie coliniare

Pentru a verifica daca 3 puncte sunt coliniare se procedeaza astfel:

- se aleg 2 puncte si se determina functia liniara al carei grafic contine punctele alese
- se verifica daca al treilea punct apartine graficului functiei determinate anterior.

Exemplu: Verificati daca punctele A(1, 5) ; B(-1, -1) ; C(0, 2) sunt coliniare.

Rezolvare.

1. Determin functia liniara al carei grafic contine punctele A si B

Forma generala a functiei este $f(x) = ax + b$

$$\text{Daca } A(1, 5) \in Gf \Rightarrow f(1) = 5 \quad f(1) = a \cdot 1 + b \Rightarrow f(1) = a + b \Rightarrow$$

$$\text{Daca } B(-1, -1) \in Gf \Rightarrow f(-1) = -1 \quad f(-1) = a \cdot (-1) + b \Rightarrow f(-1) = -a + b$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \\ -a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ -a + 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ -a = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 3x + 2 \\ / \quad 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{aligned}$$

2. Verific daca punctul C apartine graficului functiei determine

C(0, 2) apartine graficului functiei f daca $f(0) = 2$

$$f(0) = 3 \cdot 0 + 2 \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow C(0, 2) \in Gf \Rightarrow \text{punctele A, B, C sunt coliniare.}$$