

N. FRACTII ALGEBRICE

1. SIMPLIFICARE FRACTIILOR

- Pentru simplificarea unei fractii se descompune atat numaratorul cat si numitorul fractiei in factori primi dupa care se simplifica (numai cand aste produs de factori atat la numarator cat si la numitor). Numaratorul se ia separat si se noteaza cu P(x) dupa care se descompune, apoi numitorul se ia separat si se noteaza cu Q(x) dupa care se descompune. După ce s-au descompus se inlocuiesc inapoi in fractie si se simplifica termenii asemenea.

$$(x^2 + x)(x^2 + x + 6) + 9$$

Ex1. Simplificați fractia $F(x) = \frac{(x^2 + x)(x^2 + x + 6) + 9}{(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6}$

$$P(x) = (x^2 + x)(x^2 + x + 6) + 9 \quad \text{Notam } x^2 + x = a \Rightarrow P(a) = a(a+6) + 9 = a^2 + 6a + 9 = (a+3)^2$$

$$P(x) = (x^2 + x + 3)^2$$

$$Q(x) = (x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6 \quad \text{Notam } x^2 + x = a \Rightarrow Q(a) = a(a+1) - 6 = a^2 + a - 6 = (a+3)(a-2)$$

$$Q(X) = (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2)$$

$$F(x) = \frac{(x^2 + x + 3)^2}{(x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2)} = \frac{x^2 + x + 3}{x^2 + x - 2}$$

$$(x+2)^3 + (x+2)^2 + x + 3$$

Ex2. Simplificați fractia $F(x) = \frac{(x+2)^3 + (x+2)^2 + x + 3}{(x+2)^3 - (x+2)^2 + x + 1}$

$$\text{Notam } x+2 = a \Rightarrow F(a) = \frac{a^3 + a^2 + a + 1}{a^3 - a^2 + a - 1} = \frac{a^2(a+1) + (a+1)}{a^2(a-1) + (a-1)} = \frac{(a+1)(a^2+1)}{(a-1)(a^2+1)} = \frac{a+1}{a-1}$$

$$F(x) = \frac{x+2+1}{x+2-1} = \frac{x+3}{x+1}$$

2. CONDIȚIA DE EXISTENȚĂ A UNEI FRACTII ALGEBRICE

O fractie există sau are sens daca numitorul ei este diferit de zero.

Ex. Determinați valorile lui x pentru care următoarea fractie $F(x) = \frac{3x^3 + 4x^2 - 5x}{2x^2 - 3x - 2}$

a) Nu are sens ; b) Are sens

$$2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad 2x^2 - 4x + x - 2 = 2x(x - 2) + (x - 2) = (x - 2) \cdot (2x + 1) \Rightarrow (x - 2) \cdot (2x + 1) = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad \text{si} \quad 2x + 1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = 1/2$$

a) Fractia NU are sens dacă $x \in \{1/2; 2\}$

b) Fractia ARE sens dacă $x \in \mathbb{R} - \{1/2; 2\}$