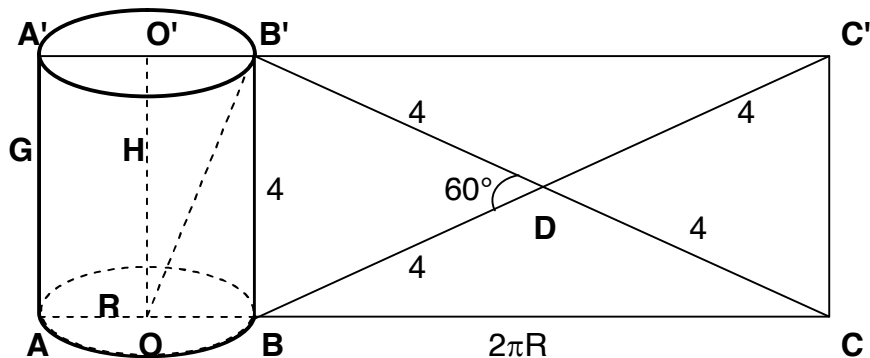


## K. CILINDRUL CIRCULAR DREPT - PROBLEME REZOLVATE

1) Un cilindru circular drept cu raza bazei mai mica decit generatoarea se desfasoara dupa un dreptunghi cu diagonala de 8cm si unghiul dintre diagonale de  $60^\circ$ . Se cere: **a)** aria laterala, aria totala si volumul cilindrului; **b)** aria sectiunii axiale ; **c)** distanta de la centrul unei baze la un punct de pe circumferinta bazei opuse; **d)** volumul prismei hexagonale regulate inscrise in cilindru

### REZOLVARE



$$\mathbf{a) Al = 2\pi RG ; At = Al + 2 \cdot Ab ; Ab = \pi R^2 \Rightarrow At = 2\pi R(R + G) ; V = Ab \cdot H \Rightarrow V = \pi R^2 H}$$

$$\text{In } \Delta B'DB, B'D = BD = 4 \text{ cm}, \angle(B'DB) = 60^\circ \Rightarrow \Delta B'DB \text{ este echilateral} \Rightarrow B'B = 4 \text{ cm} \Rightarrow \mathbf{G = H = 4 \text{ cm}}$$

$$\text{In } \Delta B'BC, \angle B = 90^\circ \Rightarrow BC^2 = B'C^2 - B'B^2 = 64 - 16 = 48 \Rightarrow \mathbf{BC = 4\sqrt{3} \text{ cm}}$$

$$2\sqrt{3}$$

$$\text{Latura BC = cu lungimea cercului bazei cilindrului} \Rightarrow \mathbf{BC = 2\pi R} \Rightarrow 2\pi R = 4\sqrt{3} \Rightarrow \mathbf{R = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \text{ cm}}$$

$$\mathbf{Al = 2\pi \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot 4 = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2 ; Ab = \pi \cdot \left(\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\right)^2 = \frac{12}{\pi} \Rightarrow \mathbf{At = (16\sqrt{3} + \frac{24}{\pi}) \text{ cm}^2 ; V = \frac{12}{\pi} \cdot 4 = \frac{48}{\pi} \text{ cm}^3}$$

$$\mathbf{b) Sectiunea axiale este dreptunghiul ABB'A' \Rightarrow \text{Aria}_{\text{SECTIUNII}} = 2RG = 2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot 4 = \frac{16\sqrt{3}}{\pi} \text{ cm}^2}$$

$$\mathbf{c) d(O; B') = OB' \Rightarrow \text{In } \Delta B'O'O, \angle O = 90^\circ \Rightarrow B'O^2 = O'B'^2 + O'O^2 = \frac{12}{\pi^2} + 16 \Rightarrow \mathbf{B'O = \frac{\sqrt{12 + 16\pi^2}}{\pi}}$$

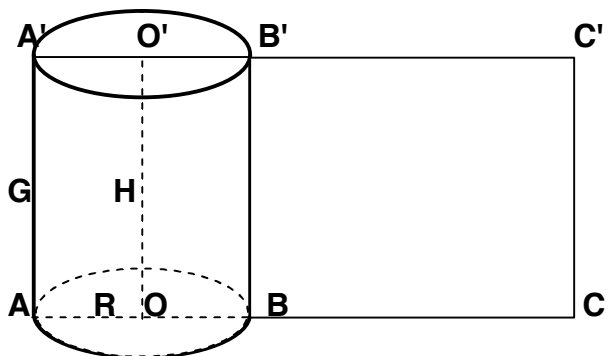
$$\mathbf{d) Volumul prisme = \text{Aria bazei} \cdot \text{Inaltimea} ; \text{Aria bazei} = 6 \cdot \frac{R^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{12}{\pi^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{18\sqrt{3}}{\pi^2} \text{ cm}^2$$

$$\mathbf{\text{Volumul prisme} = \frac{18\sqrt{3}}{\pi^2} \cdot 4 = \frac{72\sqrt{3}}{\pi^2} \text{ cm}^3}$$

2) Aria laterala a unui cilindru circular drept este egala cu suma ariilor bazelor, iar volumul este  $1000\pi\text{cm}^3$ . Se cere:

- Aria sectiunii axiale
- Aria suprafetei obtinute prin desfasurarea cilindrului
- Volumul prisme triunghiulare regulate inscrise in cilindru

### REZOLVARE



$$Al = 2\pi RG \quad Ab = \pi R^2 \Rightarrow 2\pi RG = 2\pi R^2 \Rightarrow G = R$$

$$V = \pi R^2 H = \pi R^2 G = \pi R^3 \Rightarrow \pi R^3 = 1000\pi \Rightarrow R = 10\text{cm} \Rightarrow G = H = 10\text{cm}$$

a) Aria  $ABB'A' = 2RG = 2R^2 = 200 \text{ cm}^2$

b) Aria  $BCC'B' = BB' \cdot BC = G \cdot 2\pi R = 2\pi R^2 = 200\pi \text{ cm}^2$

c) Volumul prisme = Aria bazei  $\cdot$  Inaltimea

Latura bazei este latura  $\Delta$  echilateral inscris in cercul bazei cilindrului  $l=R/\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \text{Aria bazei} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3 \cdot 100 \cdot \sqrt{3}}{4} = 75\sqrt{3} \text{ cm}^2 \Rightarrow V_{\text{PRISMA}} = 75\sqrt{3} \cdot 10 = 750\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$

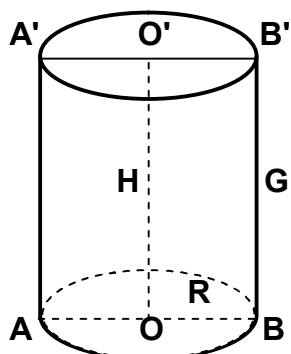
3) Intr-un cilindru circular drept raza si generatoarea sunt direct proportionale cu numerele 2 si 3, iar aria laterala este  $432\pi \text{ cm}^2$ . Se cere:

a) Raza si generatoarea cilindrului

b) Aria totala si volumul cilindrului

c) Raza conului care este echivalent cu cilindrul si are inaltimea egala cu inaltimea cilindrului.

### REZOLVARE



a)  $\{R, G\}$  direct proportionale cu  $\{2, 3\} \Rightarrow R = 2k$  si  $G = 3k$

$$\text{Aria laterala} = 2\pi RG \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot 2k \cdot 3k = 432\pi \Rightarrow 12k^2 = 432 \Rightarrow k^2 = 36 \Rightarrow k = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 2 \cdot 6 = 12 \text{ si } G = 3 \cdot 6 = 18 \Rightarrow \mathbf{R = 12 \text{ cm} ; G = 18 \text{ cm.}}$$

b) Aria totala = Aria laterala + 2·Aria bazei ; Aria bazei =  $\pi R^2 = \pi \cdot 12^2 \Rightarrow$  **Aria bazei =  $144\pi \text{ cm}^2$**   $\Rightarrow$

$$\text{Aria totala} = 432\pi + 288\pi = 720\pi \Rightarrow \mathbf{\text{Aria totala} = 720\pi \text{ cm}^2}$$

$$\text{Volumul} = \text{Aria bazei} \cdot \text{inaltimea} \Rightarrow \text{Volumul} = 144\pi \cdot 18 \Rightarrow \mathbf{\text{Volumul} = 2592\pi \text{ cm}^3}.$$

c) Daca conul este echivalent cu cilindrul  $\Rightarrow$  Volumul conului = Volumul cilindrului

$$\text{Volumul conului} = \frac{\text{Aria bazei} \cdot \text{inaltimea}}{3} = \frac{\pi \cdot R^2_{\text{con}} \cdot H_{\text{con}}}{3} = \frac{\pi \cdot R^2_{\text{con}} \cdot 18}{3} = 2592\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi \cdot R^2_{\text{con}} \cdot 6 = 2592\pi \Rightarrow R^2_{\text{con}} = 432 \Rightarrow R_{\text{con}} = \sqrt{432} \Rightarrow \mathbf{R_{\text{con}} = 12\sqrt{3} \text{ cm} .}$$